

Primljen / Received: 23.10.2012.

Ispravljen / Corrected: 18.1.2013.

Prihvaćen / Accepted: 25.1.2013.

Dostupno online / Available online: 15.2.2013.

Numerički model puzanja armiranih i prednapetih betonskih konstrukcija u ravnini

Autori:



Doc.dr.sc. **Mladen Kožul**, dipl.ing.građ.
Sveučilište u Mostaru
Građevinski fakultet
mladen.kozul@tel.net.ba



Prof.dr.sc. **Željana Nikolić**, dipl.ing.građ.
Sveučilište u Splitu
Fakultet građevinarstva, arhitekture i geodezije
zeljana.nikolic@gradst.hr



Prof.dr.sc. **Ante Mihanović**, dipl.ing.građ.
Sveučilište u Splitu
Fakultet građevinarstva, arhitekture i geodezije
ante.mihanovic@gradst.hr

Prethodno priopćenje

Mladen Kožul, Željana Nikolić, Ante Mihanović

Numerički model puzanja armiranih i prednapetih betonskih konstrukcija u ravnini

Prikazan je numerički model za analizu deformacija puzanja betona u ravnini, utemeljen na korekciji modula elastičnosti u glavnim pravcima, za trenutno stanje glavnih naprezanja. Korekcija modula elastičnosti ovisi o trenutnom koeficijentu puzanja i trenutnom modulu elastičnosti dobivenom iz jednoosnog radnog dijagrama betona u tlaku. Na temelju izrađenog računalnog programa izvršena je analiza točnosti modela na odgovarajućim primjerima laboratorijski i numerički ispitivanih armiranih i prednapetih betonskih konstrukcija.

Ključne riječi:

modul elastičnosti, puzanje, skupljanje, armirani i prednapeti beton, numerički model

Preliminary note

Mladen Kožul, Željana Nikolić, Ante Mihanović

Numerical modelling of in-plane creep behaviour of reinforced and prestressed concrete structures

The numerical model for the analysis of in-plane creep behaviour of concrete, based on the correction of the modulus of elasticity in principal direction, for the current state of principal stresses, is presented. The elastic modulus correction is dependent on the current creep coefficient and the current elastic modulus as obtained from the uniaxial diagram of concrete in compression. The model's accuracy was analyzed on appropriate laboratory and numerical examples of reinforced and prestressed concrete structures, using a computer program developed for that purpose.

Key words:

modulus of elasticity, creep, shrinkage, reinforced and prestressed concrete, numerical model

Vorherige Mitteilung

Mladen Kožul, Željana Nikolić, Ante Mihanović

Numerisches Modell des Kriechverhaltens von Stahl- und Spannbetonkonstruktionen in der Ebene

In der vorliegenden Arbeit ist ein numerisches Modell für die Analyse der Kriechverformung von Beton in der Ebene dargestellt, das sich auf der Korrektur des Elastizitätsmoduls für die den Hauptspannungen im aktuellen Spannungszustand entsprechenden Richtungen basiert. Die Berichtigung des Elastizitätsmoduls erfolgt in Abhängigkeit von den momentanen Werten des Kriechkoeffizienten und des auf dem Arbeitsdiagramm des Betons unter einachsiger Druckbeanspruchung beruhendem Elastizitätsmoduls. Mit Hilfe eines entwickelten Computerprogramms ist eine Analyse der Genauigkeit des Modells für entsprechende Beispiele experimentell und numerisch untersuchter Stahl- und Spannbetonkonstruktionen vorgenommen worden.

Schlüsselwörter:

Elastizitätsmodul, Kriechen, Schwinden, Stahl- und Spannbeton, numerisches Modell

1. Uvod

Analiza vremenski ovisnih deformacija betona, kao što su puzanje i skupljanje, nužno zahtijeva praćenje deformacija betona tijekom vremena, te utjecaj tih deformacija na armaturu i čelik za prednapinjanje. Taj utjecaj se prije svega očituje u povećanju deformacija i preraspodjeli naprezanja te u pojavi pukotina u betonu. Zbog problema trajnosti, a u nekim slučajevima i stabilnosti betonskih konstrukcija, vrlo je bitna što realnija procjena tih deformacija [1-5].

Puzanje betona ubraja se u skupinu viskoznih deformacija koje se razvijaju tijekom vremena i uglavnom se opisuju empirijskim izrazima čiji rezultati trebaju odgovarati stvarnim izmjerenim deformacijama puzanja betona. Ono se javlja u području tlačnih, ali i vlačnih naprezanja u betonu. S obzirom na to da je vlačna čvrstoća betona znatno manja od tlačne, puzanje u vlaknu nije tako jako izraženo. Poznato je da konačne ili trajne deformacije mogu biti dva i više puta veće od trenutnih elastičnih deformacija armiranih i prednapetih betonskih konstrukcija. Ovo nije bitno samo zbog uporabnih svojstava konstrukcije već i zbog preraspodjele naprezanja i pojave nepredviđenih pukotina u betonu. Danas analiza armiranih i prednapetih betonskih konstrukcija, posebice većih raspona i visina, nije potpuna bez uključivanja vremenski ovisnih deformacija betona.

Postoji velik broj modela puzanja betona, ali je većina njih utemeljena na empirijskim izrazima koji definiraju pojedine parametre koji utječu na deformacije puzanja betona [1-4]. Takvi modeli su kalibrirani prema eksperimentalnim istraživanjima ovog problema. S obzirom na to da su eksperimentalni modeli uglavnom jednostavni, preslikavanje rezultata na složenije realne konstrukcije nije uvijek prikladno. Zbog očite kompleksnosti problema u praksi se teži jednostavnijim modelima koji moraju biti dovoljno točni i jednostavni za inženjersku primjenu.

U ovom radu kao podloga analizi deformacija puzanja betona poslužio je postojeći programski paket PRECON [6-8], koji ima mogućnost analize armiranih i prednapetih betonskih konstrukcija u slučajevima ravninskog stanja naprezanja/deformacija i osno simetričnih stanja pri kvazistatičkom opterećenju. Ovaj model uključuje sve bitne nelinearne učinke betona, armature i kabela za prednapinjanje. Na temelju tog modela izrađen je program za analizu vremenski ovisnih deformacija betona [9]. Model skupljanja betona preuzet je iz ENV 206 [10], dok je za analizu deformacija puzanja razvijen novi numerički postupak koji je ugrađen u postojeći model. Taj novi numerički postupak utemeljen je na korekciji matrice krutosti betona na razini svake Gaussove točke tijekom vremena, uz izbor odgovarajućeg koeficijenta puzanja i jednoosnog radnog dijagrama betona u tlaku [9].

2. Nelinearni model naknadno prednapetih betonskih konstrukcija

Model nelinearnog ponašanja naknadno prednapetih betonskih konstrukcija u ravnini preuzet je iz rada [6]. Pretpostavljena je idealna veza između betona, armature i kabela za prednapinjanje. Betonska konstrukcija diskretizira se pomoću standardnih 2D osmočvornih izoparametrijskih konačnih elemenata. Armatura i prednapeti kabeli modeliraju se 1D izoparametrijskim tročvornim konačnim elementima koji se mogu postaviti neovisno o mreži konačnih 2D elemenata.

Model omogućuje opis pravocrtnih i zakrivljenih kabela. Radi osiguranja kontinuiteta, krajnji čvorovi 1D elementa kabela moraju se nalaziti na mjestu presjeka s rubovima dvodimenzionalnih elemenata betona, dok se koordinate srednjeg čvora određuju razrađenim iterativnim postupkom interpolacije. U nastavku je dan kratak opis korištenih modela materijala, dok se detaljan opis može naći u [6-9].

2.1. Modeli materijala

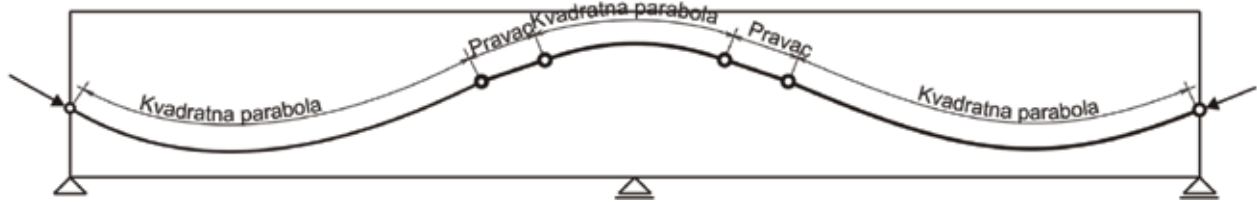
2.1.1. Beton

Za opis ponašanja betona u tlaku primjenjuje se teorija elastoviskoplastičnosti [11]. Kriterij popuštanja definiran je s pomoću prvih dvaju invarijantnih tenzora naprezanja. Nakon što naprezanje dosegne plohu popuštanja slijedi područje plastičnog deformiranja, karakterizirano zakonima popuštanja i ojačanja. Usvojen je pridruženi zakon popuštanja betona u tlaku [11-14]. Drobljenje, odnosno slom, betona definiran je graničnim deformacijama. Zbog pomanjkanja eksperimentalnih podataka, vezanih uz granične deformacije betona, deformacijski uvjet sloma formuliran je slično Von Misesovom kriteriju popuštanja, samo što se naprezanja zamijene deformacijama.

Ponašanje betona u vlaknu je linearno elastično do dostizanja vlačne čvrstoće, a nakon toga je usvojen model vlačnog omekšanja [6, 9, 11] s linearnim opadanjem naprezanja okomito na pravac pukotine te procesom opterećenja i rasterećenja. Za opisivanje otvaranja i zatvaranja pukotina primjenjuje se model razmazanih pukotina. Posmična krutost raspucanog betona modelirana je redukcijom modula posmika [6, 11, 14].

2.1.2. Armatura i prednapeti čelik

Armatura i prednapeti čelik preuzimaju samo uzdužna naprezanja, te su stoga modelirani jednodimenzionalnim elastoviskoplastičnim modelom [6-8] koji uključuje moguće očvršćivanje i elastično rasterećenje.



Slika 1. Mogući oblici položaja kabela [7]

2.2. Numeričko modeliranje armature i prednapetih kabela

Analiza prednapetih i armiranobetonskih konstrukcija zahtijeva definiranje ponašanja betona i armature, odnosno kabela te njihovog zajedničkog djelovanja. U korištenom modelu prednapeti kabeli i klasična armatura modelirani su 1D tročvorim izoparametrijskim konačnim elementima uklopljenima u 2D konačni element betona [6-8]. Izbor mreže konačnih elemenata betonske konstrukcije neovisan je o geometriji i položaju armature i kabela. Položaj kabela zadaje se čvorovima čije su koordinate definirane u globalnom koordinatnom sustavu. Modelom je omogućen opis pravocrtnih i zakrivljenih kabela (slika 1.). Sile prednapinjanja, koje se pojavljuju u kabelu, prenose se u čvorove 2D elemenata betona u obliku ekvivalentnih čvornih sila [6-8].

3. Numerički model puzanja betona

3.1. Uvod

Ovdje je ukratko opisan razvijeni numerički model utemeljen na korekciji trenutnih modula elastičnosti betona, u pravcima glavnih naprežanja, te u funkciji koeficijenta puzanja betona. Funkcija puzanja i koeficijent puzanja betona uzeti su prema EC2 [10], a definirani su sljedećim izrazima:

$$J(t, t_0) = \frac{1}{E_c(t_0)} + \frac{\phi(t, t_0)}{E_{c28}} \quad (1)$$

$$\phi(t, t_0) = \phi_0 \beta_c(t - t_0) \quad (2)$$

gdje su:

$J(t, t_0)$ - funkcija puzanja u vremenu t

$\phi(t, t_0)$ - koeficijent puzanja

$E_c(t_0)$ - tangenti modul elastičnosti betona u trenutku t_0

E_{c28} - tangenti modul elastičnosti betona pri starosti od 28 dana

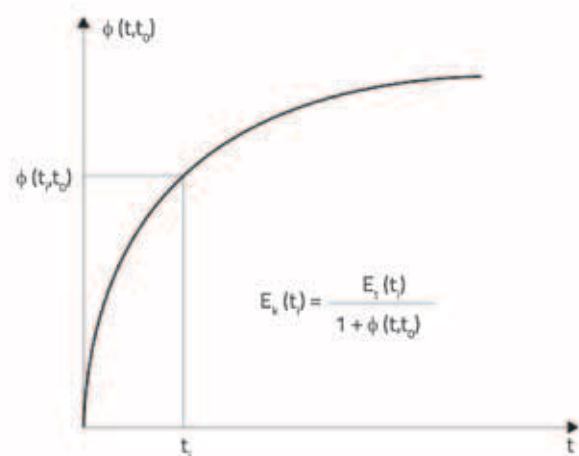
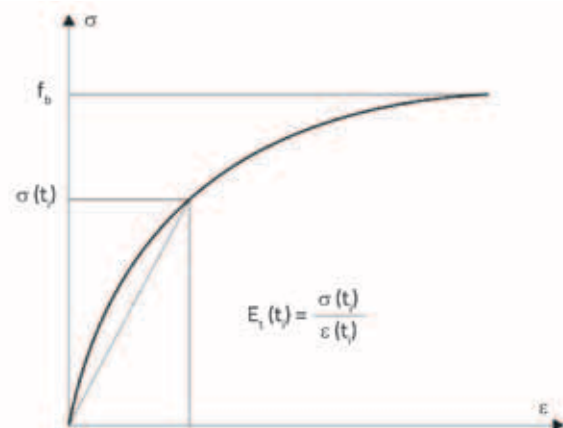
$\phi_0 = \phi_{RH} \beta(f_{cm}) \beta(t_0)$ - osnovni koeficijent puzanja

$\beta_c(t - t_0) = \left[\frac{t - t_0}{\beta_H + (t - t_0)} \right]^{0.30}$ - koeficijent kojim se opisuje razvoj deformacija puzanja tijekom vremena.

Ako naprežanja u betonu značajnije ne variraju, za proračun deformacija puzanja može se koristiti izraz za efektivni modul elastičnosti:

$$E_{c,eff} = \frac{E_{cm}(t_0)}{1 + \phi(t, t_0)} \quad (3)$$

Određivanje trenutnih modula elastičnosti betona, za odgovarajuće vrijednosti glavnih naprežanja u nekom trenutku, provodi se s pomoću radnog dijagrama betona. Za određenu razinu opterećenja poznata su glavna naprežanja u svim Gaussovima točkama konstrukcije, u početnom trenutku t_0 . S pomoću tih naprežanja i usvojenog radnog dijagrama betona moguće je odrediti trenutne sekantne module elastičnosti za svaki glavni pravac (slika 2.). Nakon toga obavlja se korekcija tih trenutnih modula elastičnosti s pomoću odgovarajućeg koeficijenta puzanja betona, koristeći izraz

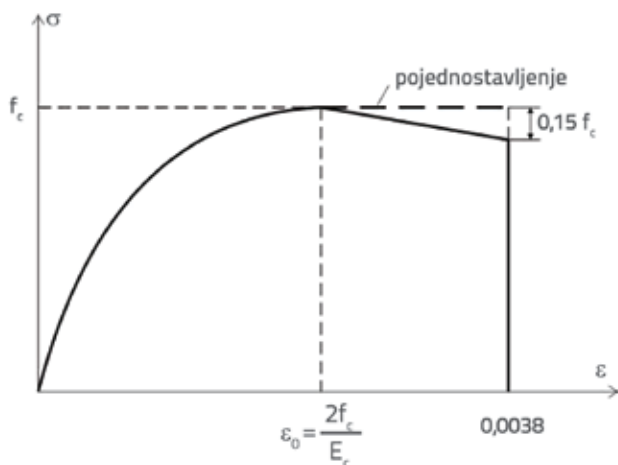


Slika 2. Postupak korekcije modula elastičnosti betona

(3) za efektivni modul elastičnosti betona. Na taj način uvodi se lokalna ortotropija betona na razini pripadnog područja svake integracijske točke, što se onda reflektira na matricu materijala, odnosno u konačnici na matricu krutosti konačnog elementa betona. Pri tome se vodi računa o karakteru glavnih naprezanja.

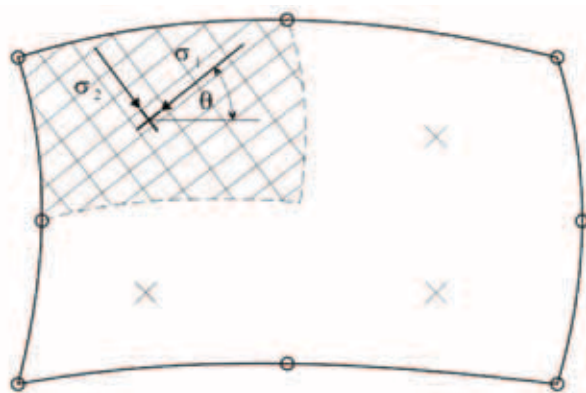
3.2. Korekcija modula elastičnosti betona

Pri formulaciji ovog modela nužno je odrediti trenutni modul elastičnosti betona $E(t)$ u pravcima glavnih tlačnih naprezanja svake integracijske točke. Stoga je ovdje usvojen Hogenstadov radni dijagram betona u tlaku [15], prikazan na slici 3.



Slika 3. Radni dijagram betona prema Hogenstadu [15]

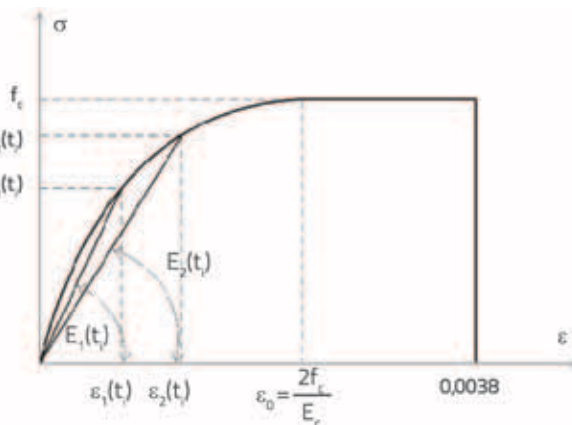
Iz odnosa trenutnog glavnog naprezanja u nekom pravcu i odgovarajuće trenutne deformacije, dobivene iz radnog dijagrama betona, može se dobiti trenutni sekantni modul elastičnosti betona u tom glavnom pravcu. Ako se pretpostavi da su pravci i smjerovi glavnih naprezanja σ_1 i σ_2 za konačno vanjsko opterećenje, kao na slici 4., i ako su iz radnog dijagrama betona određene trenutne deformacije ε_1 i ε_2 , onda se za svaku Gaussovu točku i za svaki glavni pravac mogu odrediti trenutni moduli elastičnosti betona prema sljedećim izrazima:



Slika 4. Glavna naprezanja u Gaussovoj točki (ortotropija)

$$\begin{aligned}
 E_1(t_0) &= \frac{\sigma_1(t_0)}{\varepsilon_1(t_0)}, & E_2(t_0) &= \frac{\sigma_2(t_0)}{\varepsilon_2(t_0)}; \\
 E_1(t_1) &= \frac{\sigma_1(t_1)}{\varepsilon_1(t_1)}, & E_2(t_1) &= \frac{\sigma_2(t_1)}{\varepsilon_2(t_1)}; \\
 & \vdots & & \\
 E_1(t_n) &= \frac{\sigma_1(t_n)}{\varepsilon_1(t_n)}, & E_2(t_n) &= \frac{\sigma_2(t_n)}{\varepsilon_2(t_n)}.
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

Glavna naprezanja $\sigma_{1,2}(t_0), \sigma_{1,2}(t_1), \dots, \sigma_{1,2}(t_n)$ dobiju se u svakom vremenskom trenutku t_i iz numeričke analize.



Slika 5. Trenutni sekantni moduli elastičnosti u glavnim pravcima

Kako bi se numerički simulirale deformacije puzanja betona, korigirat će se trenutni moduli elastičnosti betona u pravcima glavnih tlačnih naprezanja. Na taj način fiktivno se uvodi ortotropija materijala na razini svake Gaussove točke u kojoj je barem jedno glavno naprezanje tlačno. U pravcu glavnih tlačnih naprezanja ne korigira se modul elastičnosti, i on je u tim pravcima jednak početnom modulu elastičnosti ako nije došlo do pojave pukotina u betonu. Nakon određivanja trenutnih modula elastičnosti betona prema izrazu (4) izvodi se njihova korekcija. Za pojedini glavni pravac izraz (3) može se zapisati u sljedećem obliku:

$$E^k(t) = \frac{E^t(t)}{1 + \phi(t, t_0)} = E^t(t) \cdot B(t)
 \tag{5}$$

gdje je $E^k(t)$ korigirani modul elastičnosti betona u nekom trenutku za neki glavni pravac, a $E^t(t)$ je trenutni modul elastičnosti betona za isti taj pravac. Vremenska funkcija $B(t) = \frac{1}{1 + \phi(t, t_0)}$ ovisi o koeficijentu puzanja i ista je za svaki glavni pravac u određenom trenutku. Ova pretpostavka je prihvatljiva, iako postoji mogućnost izbora različitih vremenskih funkcija za pojedina stanja naprezanja. Korigirani moduli elastičnosti betona ulaze zatim u matricu materijala, koja za ravninsko stanje naprezanja i trenutak t_i ima oblik:

$$D_{ort}(t_i) = \begin{bmatrix} \frac{E_1^k(t_i)}{c} & \frac{\nu_{12} E_2^k(t_i)}{c} & 0 \\ \frac{\nu_{21} E_2^k(t_i)}{c} & \frac{E_2^k(t_i)}{c} & 0 \\ 0 & 0 & G_{12} \end{bmatrix}
 \tag{6}$$

Matricu ortotropnog materijala treba preslikati iz materijalnih u globalne osi, te matrica ortotropnog materijala u globalnim koordinatama ima oblik:

$$\mathbf{D} = \mathbf{T} \mathbf{D}_{\text{ort}} \mathbf{T}^T \quad (7)$$

gdje je \mathbf{T} matrica transformacije.

Ova matrica služi za formiranje matrice krutosti konačnog elementa i ona vrijedi samo u području koje pripada određenoj Gaussovoj točki u kojoj su oba glavna naprezanja tlačna, ili je jedno glavno naprezanje tlačno a drugo vlačno. U slučaju da su oba glavna naprezanja u nekoj Gaussovoj točki vlačna, onda u njezinom području treba koristiti matricu izotropnog materijala, odnosno matricu za raspucani beton ako je došlo do pojave pukotina u betonu. Modul elastičnosti betona, u tom slučaju, jednak je početnom modulu elastičnosti, ili se provodi njegova redukcija prema usvojenom modelu vlačnog omekšanja [6, 7, 11].

Poissonovi koeficijenti za slučaj ortotropije mogu se zapisati u sljedećem obliku prema [16]:

$$\nu_{12} = -\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}, \quad \nu_{21} = -\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \quad (8)$$

Matrica materijala (6) funkcija je pet materijalnih parametara, ali su samo četiri neovisna. Ovaj zaključak slijedi iz činjenice da matrica materijala mora biti simetrična, što znači da vrijedi sljedeća jednakost:

$$\frac{\nu_{21}}{E_2} = \frac{\nu_{12}}{E_1} \quad (9)$$

Za modul posmika G ortotropnog materijala predloženo je više izraza. Ovdje je upotrijebljen izraz koji uzima srednje vrijednosti za E_1 i E_2 te za ν_1 i ν_2 [16]:

$$G_{12} = \frac{E_1 + E_2}{4 \left[1 + \frac{1}{2}(\nu_1 + \nu_2) \right]} \quad (10)$$

Matrica krutosti konačnog elementa betona ima standardni oblik:

$$k_e = \int_{V_e} \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} dV_e, \quad (11)$$

pri čemu je za ortotropna pripadna područja pojedinih integracijskih točaka matrica materijala \mathbf{D} dana izrazom (7). Nakon formiranja matrice krutosti slijedi standardni postupak formiranja jednadžbi ravnoteže, te njihovo rješavanje inkrementalno-iterativnim postupkom u okviru metode konačnih elemenata.

4. Numerički postupak

Nelinearni postupak analize naprezanja i deformacija podijeljen je u četiri faze kako bi se što vjernije numerički

opisalo stvarno ponašanje armiranih i prednapetih betonskih konstrukcija u ravnini.

Faza I

U ovoj fazi konstrukcija se proračunava na opterećenje koje postoji prije prednapinjanja kabela (vlastita težina konstrukcije i dio stalnog opterećenja). Konstrukciju tvore beton i klasična armatura.

Faza II

U ovoj fazi izvodi se pojedinačno prednapinjanje kabela, gdje se sila prednapinjanja može unijeti odjednom ili inkrementalno, te se na taj način može simulirati postupak postupnog prednapinjanja. U trenutku prednapinjanja kabel se ne tretira kao konstrukcijski element, već se koristi samo njegova geometrija kako bi se dobio početni utjecaj prednapinjanja u obliku ekvivalentnog opterećenja. Pri prednapinjanju sljedećih kabela, prethodno prednapeti kabeli funkcioniraju kao klasična armatura sa zadanim početnim naprezanjem.

Faza III

Nakon prednapinjanja svih kabela, konstrukcija preuzima dodatna opterećenja (preostali dio stalnog opterećenja i korisno opterećenje). U krutosti konstrukcije sada sudjeluje beton, armatura i svi prednapeti kabeli. Opterećenje se može nanositi inkrementalno do sloma.

Faza IV

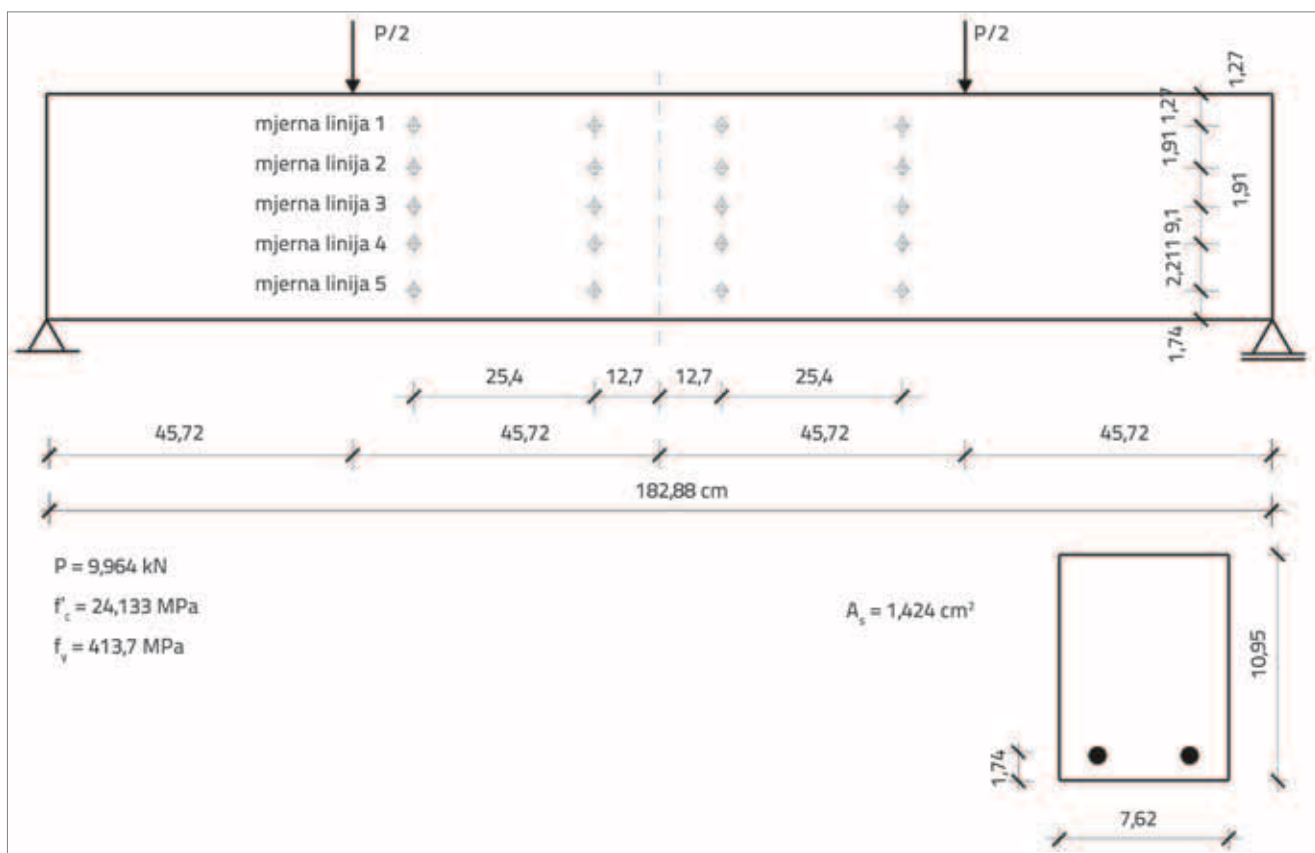
Nakon što su sva opterećenja nanosena i izvršen nelinearni proračun konstrukcije, slijedi četvrta faza, gdje se analiziraju deformacije puzanja i skupljanja betona. Deformacije skupljanja su uključene prema modelu ENV 206 [10], dok su deformacije puzanja analizirane prethodno opisanim modelom. Na taj se način mogu u bilo kojem trenutku odrediti ove deformacije te njihov utjecaj na beton, armaturu, prednapete kabele i konstrukciju u cjelini.

5. Primjeri

Primjer 1.

U ovom primjeru analizirana je armiranobetonska greda tipa C3 koju su eksperimentalno ispitali Corley i Sozen [17]. Geometrija grede i opterećenje prikazani su na slici 6. Eksperimentom je praćeno stanje pomaka grede u polovici raspona te stanje deformacija u naznačenim mjernim točkama tijekom dviju godina. Greda je tijekom tog razdoblja držana u uvjetima konstantne relativne vlažnosti od 50 % i konstantne temperature okoliša od 21°C.

U tablicama 1. i 2. dani su parametri materijala za kratkotrajno i dugotrajno opterećenje. Greda je diskretizirana s 18 osmočvornih izoparametrijskih 2D elemenata, pri čemu je po visini podijeljena na dva elementa.



Slika 6. Geometrija i opterećenje grede

Tablica 1. Parametri za dugotrajno opterećenje

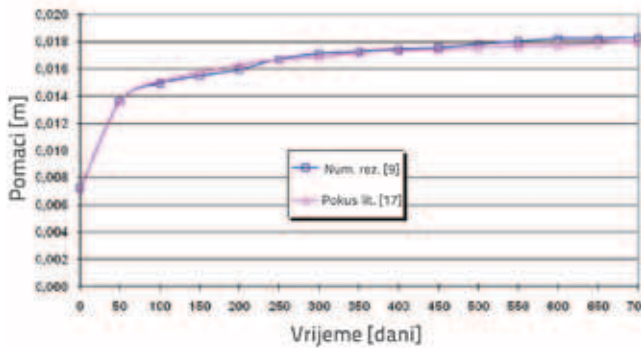
Srednji polumjer elementa	$h_0 = 44.0 \text{ mm}$
Relativna vlažnost okoliša	$RH = 50 \%$
Srednja tlačna čvrstoća pri starosti od 28 dana	$f_{cm} = 24.133 \text{ MPa}$
Starost betona u trenutku nanošenja opterećenja	$t_0 = 30 \text{ dana}$

Na slici 7. prikazani su pomaci sredine grede prema radu Corleya i Sozena [17], te pomaci dobiveni ovim numeričkim modelom. Vidljivo je dobro podudaranje rezultata čak i pri visokoj razini tlačnih naprezanja. Pukotine se pojavljuju već pri faktoru opterećenja 0.3, dok je za ukupno opterećenje praktički čitava donja zona grede raspucana. Na veličinu pomaka, posebice u slučaju grede s malim postotkom armature, značajno utječe i vlačna čvrstoća betona, odnosno model vlačnog omekšanja kojim se opisuje doprinos betona u raspucanim područjima pri preuzimanju vlačnih naprezanja. Na slici 8. prikazane su deformacije grede po visini u Gaussovima točkama elemenata čija je koordinata $x = 0,7577 \text{ m}$ najbliža mjernim mjestima s koordinatom $x = 0,7874 \text{ m}$. Deformacije na donjem i gornjem rubu grede mogu se dobiti ekstrapolacijom dobivenih rezultata. Vidljivo je da

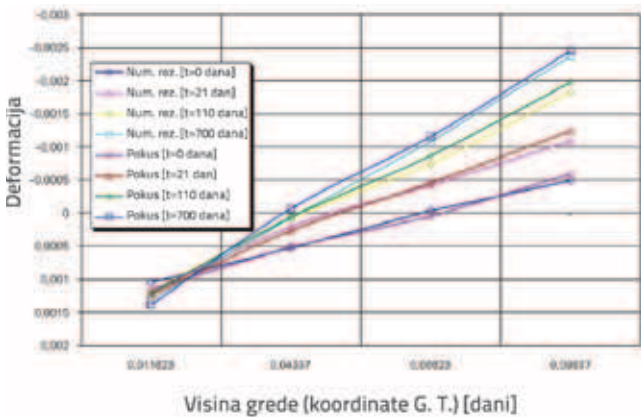
Tablica 2. Parametri materijala za kratkotrajno opterećenje

Beton	Čelik
Modul elastičnosti $E_c = 25000.0 \text{ MPa}$	Modul elastičnosti $E_s = 20000.0 \text{ MPa}$
Poissonov koeficijent $\nu = 0.166$	Granica popuštanja $f_y = 413.7 \text{ MPa}$
Granična tlačna čvrstoća $f_c = 24.133 \text{ MPa}$	Parametar ojačanja $H = 0$
Granična vlačna čvrstoća $f_t = 2.0 \text{ MPa}$	Granična čvrstoća $f_s = 620.6 \text{ MPa}$
Deformacija drobljenja $\epsilon_{cu} = 0.0035$	Relativna granična deformacija $\epsilon_{su} = 0.01$
Parametri vlačne krutosti $\epsilon_{rm} = 0.5$ $\epsilon_{rs} = 0.0012$	
Parametar posmične krutosti $\epsilon_{sh} = 0.0012$	

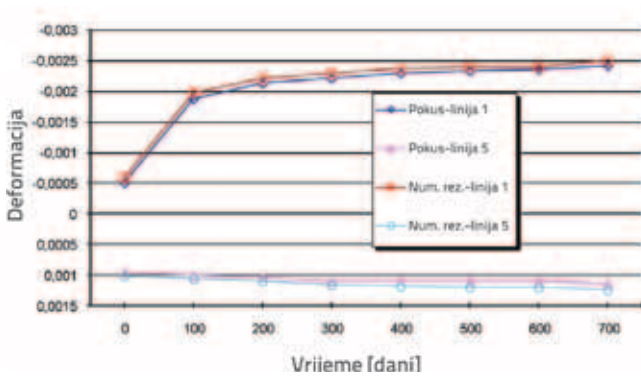
deformacije poprečnog presjeka nisu u potpunosti ravne što se može objasniti relativno grubom mrežom konačnih elemenata, a isto tako i učinkom puzanja u području vlačnog omekšanja betona.



Slika 7. Pomaci sredine grede tijekom vremena



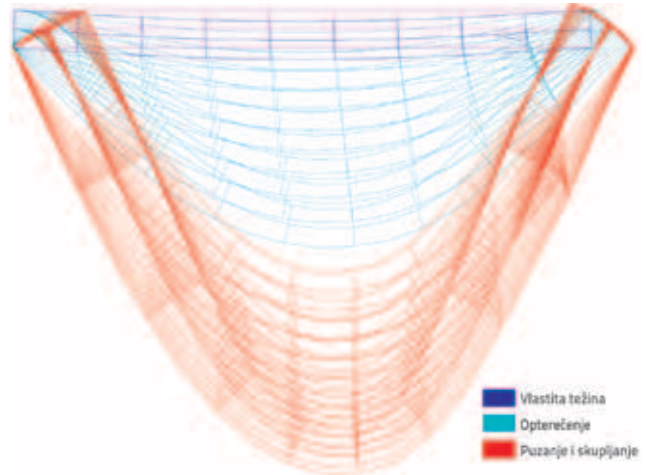
Slika 8. Uzdužne deformacije po visini grede tijekom vremena



Slika 9. Deformacije grede po mjernim linijama tijekom vremena

Na slici 9. prikazane su deformacije grede po mjernim linijama u presjeku najbližem sredini grede. Zbog jednostavne mreže konačnih elemenata, a time i položaja Gaussovih točaka po visini grede, prikazana je usporedba rezultata samo s mjernim linijama 1 i 5 jer su one najbliže položaju Gaussovih točaka po visini grede.

Na slici 10. prikazani su pomaci grede od vlastite težine, vanjskog opterećenja i puzanja.

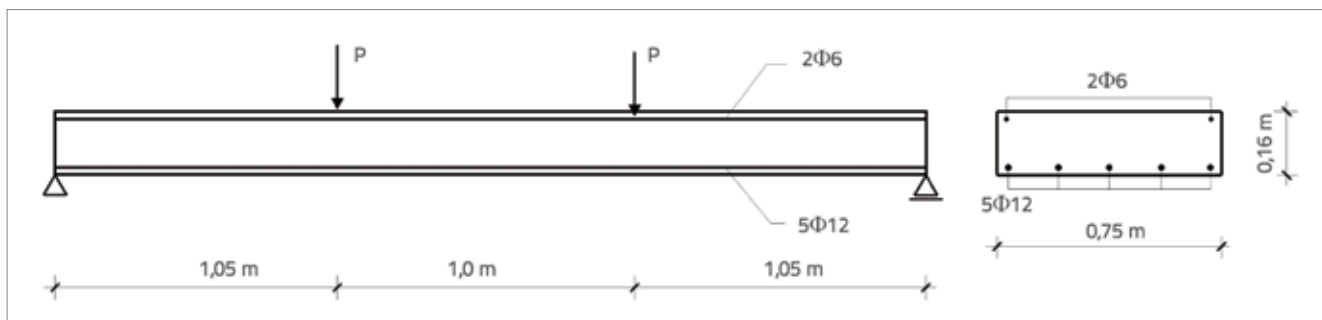


Slika 10. Pomaci grede [m]x1000

Primjer 2.

U ovom primjeru analizirana je jednostavna armiranobetonska greda koju su eksperimentalno ispitivali Jaccoud i Favre [18]. Ispitano je pet istih greda pri različitim razinama opterećenja. Ova greda je također analizirana numeričkim modelom puzanja opisanim u radu [19]. U tom modelu greda je diskretizirana s 12 konačnih elemenata ljuske. Za beton u vlaku uzet je jednostavan linearan visko-elastični model, sve do pojave pukotina u betonu. Iz geometrije i opterećenja može se zaključiti da se nastojao proučiti utjecaj puzanja betona pri visokim razinama tlačnog naprezanja, gdje je izražen utjecaj nelinearnosti puzanja.

Na slici 11. prikazani su geometrija i opterećenje grede, a u tablici 3. dani parametri materijala. Greda je diskretizirana s 24 osmočvorna konačna elementa.

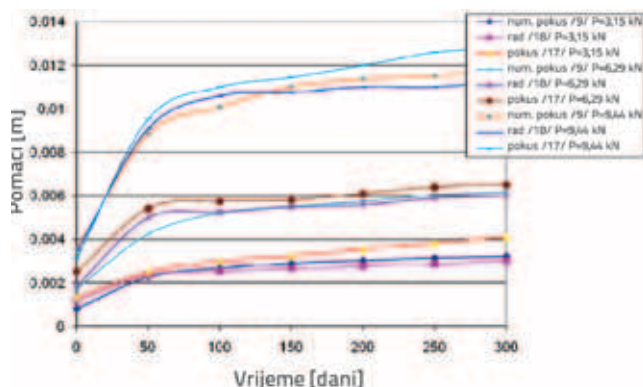


Slika 11. Geometrija i opterećenje grede

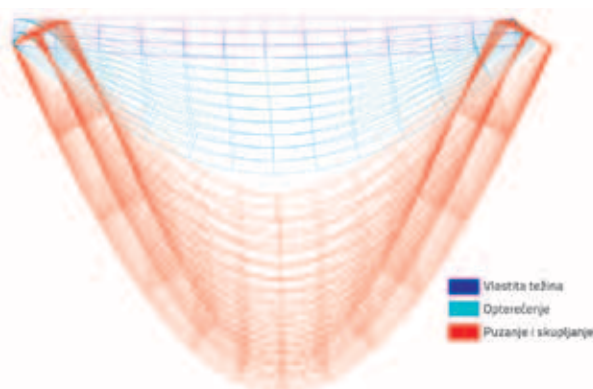
Tablica 3. Parametri materijala

Beton	Čelik
$f_c = 28.8 \text{ MN/m}^2$ $\epsilon_u = 0.0022$	$f_y = 480.0 \text{ MN/m}^2$
$E_c = 29300.0 \text{ MN/m}^2$ $f_t = 1.80 \text{ MN/m}^2$	$E_s = 185000.0 \text{ MN/m}^2$
$\nu = 0.15$	$\epsilon_u = 0.01$

Na slici 12. prikazani su rezultati eksperimentalnih ispitivanja i numeričkih modela za tri razine opterećenja: $P = 3,15 \text{ kN}$, $P = 6,29 \text{ kN}$ i $P = 9,44 \text{ kN}$. Praćen je pomak sredine grede tijekom vremena. Može se vidjeti da ovaj model daje sasvim dobre rezultate s obzirom na geometriju grede zbog njezine male visine i malog broja konačnih elemenata po visini. Na točnost rezultata zasigurno utječe i puzanje u vlaklu te nelinearnost puzanja pri visokim razinama tlačnog naprezanja.



Slika 12. Pomaci sredine grede uslijed puzanja



Slika 13. Pomaci grede [m] x1000



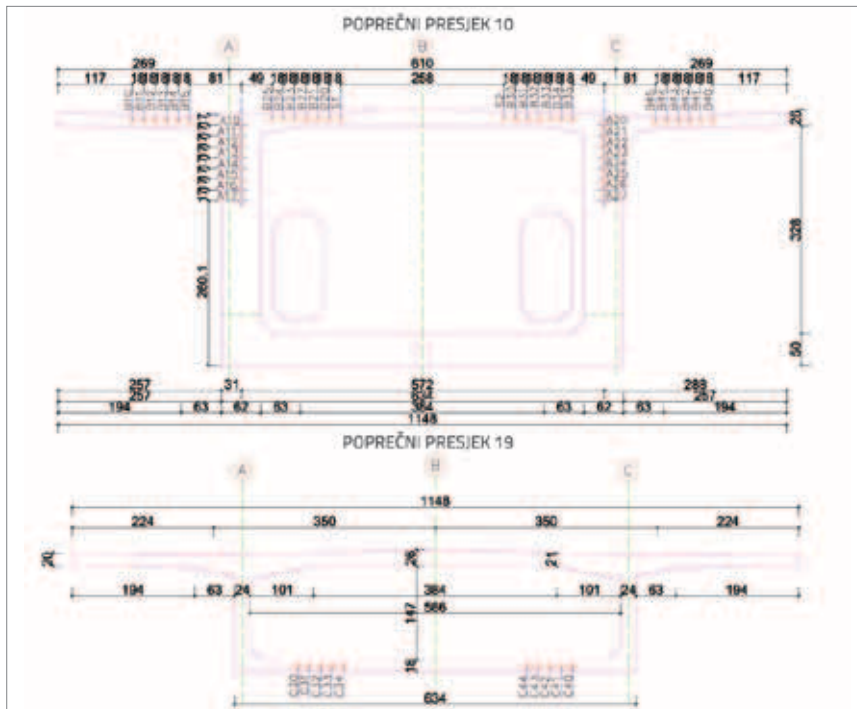
Slika 14. Uzdužni presjek polovice mosta

Primjer 3.

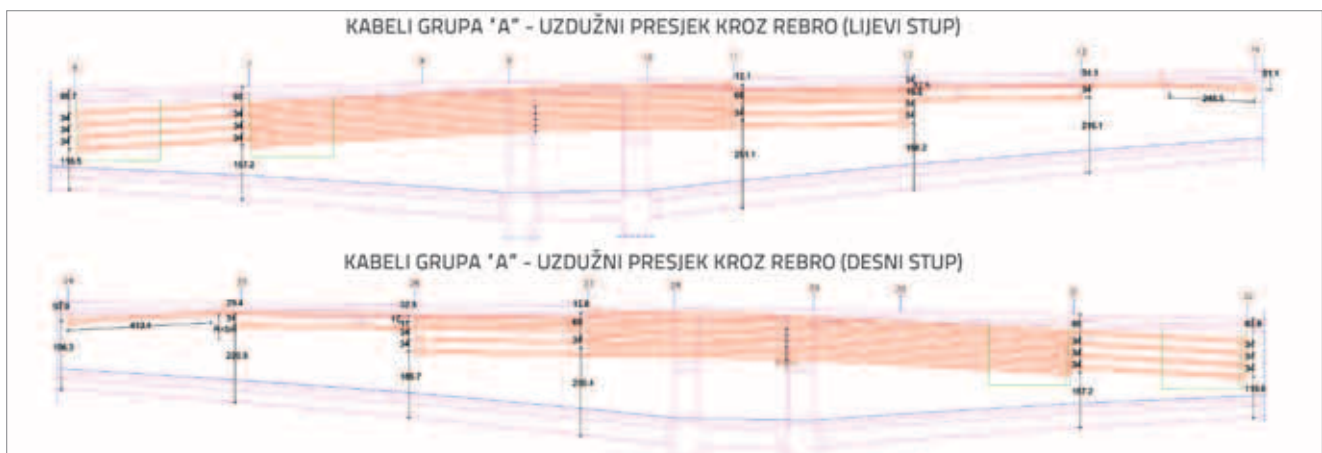
U ovom primjeru analiziran je most u Čapljini [9]. Most je okvirna sandučasta konstrukcija raspona 40+84+40m, sa zglobnim vezama na krajnjim osloncima. Intrados mosta je paraboličan, s promjenom visine od 192 cm do 404 cm. Debljina gornje ploče sanduka je konstantna na cijeloj duljini mosta i iznosi 20 cm na konzolnom dijelu te 26 cm na sredini sanduka. Donja ploča sanduka je promjenljive debljine. Najveća debljina te ploče je na pozicijama srednjih oslonaca i iznosi 50 cm. Ova debljina se linearno smanjuje do vrijednosti od 18 cm u sredini velikog raspona te na pozicijama krajnjih oslonaca. Također i bočni zidovi sanduka imaju promjenljivu debljinu. Najveća debljina tih zidova je 62 cm na pozicijama srednjih oslonaca, dok je najmanja 24 cm na pozicijama krajnjih oslonaca te u sredini velikog raspona. Rasponska konstrukcija mosta je od betona MB45. Za prednapinjanje je korišten sustav BBR CONA COMPACT, s kabelima 12FO.5' kvalitete 1660/1860 MPa. Početna sila prednapinjanja svakog kabela iznosi 1250 kN.

Uzdužni presjek polovice mosta prikazan je na slici 14. Na slici 15. prikazani su karakteristični poprečni presjeci. Poprečni presjek 10 nalazi se uz desnu stranu lijevog oslonca velikog srednjeg raspona. On sadrži kabele grupe B i grupe A. Kabeli grupe B nalaze se u gornjoj ploči sanduka, dok se kabeli grupe A nalaze u zidovima sanduka. Kabeli grupe C nalaze se u donjoj ploči sanduka. Poprečni presjek 19 nalazi se u sredini velikog raspona. Most nije simetričan zbog različitih visinskih kota odgovarajućih presjeka, te se nije mogla primijeniti simetrija prilikom modeliranja konstrukcije. Na slici 16. prikazan je položaj kabela grupe A iznad srednjih oslonaca mosta, dok je na slici 17. prikazan zamjenjujući poprečni presjek koji je korišten u numeričkom proračunu.

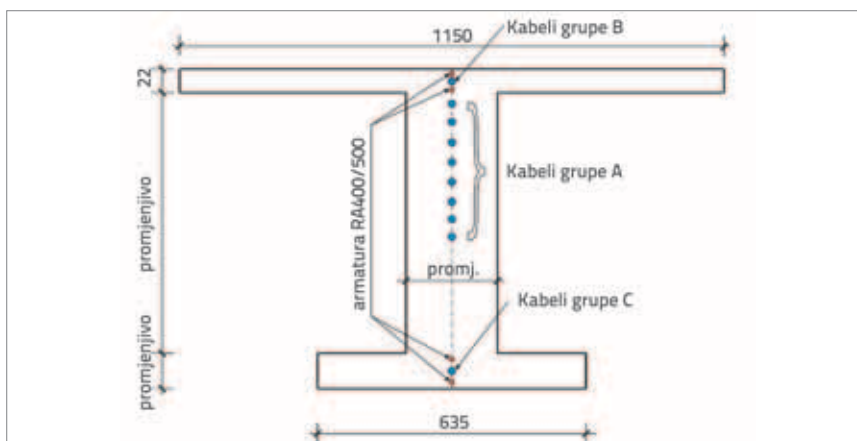
Konstrukcija mosta diskretizirana je sa 996 osmočvornih 2D konačnih elemenata, te ukupno 3333 čvora. Pri diskretizaciji kabela za prednapinjanje izvršeno je projiciranje svih kabela u vertikalnu ravninu. Na taj način je grupa kabela B ukupno prikazana s dva kabela, jedan iznad srednjeg lijevog a drugi iznad srednjeg desnog oslonca. Isto tako, grupa kabela C predstavljena je s ukupno tri kabela koji se nalaze u donjoj ploči sanduka svakog raspona. Kabeli grupe A prikazani su s ukupno šesnaest kabela, po osam iznad oba srednja oslonca. Na taj način dobiven je ukupno 21 kabel, čija diskretizacija prati diskretizaciju konstrukcije osnovnim elementima betona. Opterećenje mosta, svedeno na ravninu kroz uzdužnu os mosta, iznosi 42 kN/m. Ono sadržava težinu hidroizolacije, rubnjake, ogradu, instalacije te asfaltni zastor.



Slika 15. Karakteristični poprečni presjeci



Slika 16. Položaj kabela iznad srednjih oslonaca



Slika 17. Zamjenjujući poprečni presjek

Zbog veličine modela, klasična armatura RA400/500 uzeta je samo u donjoj i gornjoj ploči sanduka, u donjoj i gornjoj zoni, te stoga 332 elementa betona tvore elemente armature.

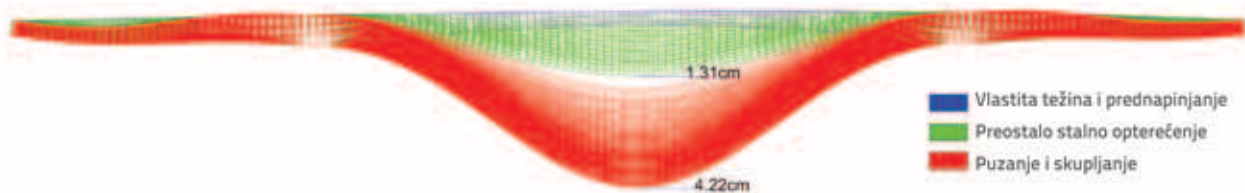
Pomaci tjemena srednjeg luka mosta mjereni su geodetski četiri puta. Prvi put tijekom pokusnog ispitivanja mosta, te nakon 80, 140 i 360 dana.

S obzirom na karakteristike ovog numeričkog modela i stvarnu konstrukciju, može se reći da je njegova točnost uvjetovana sljedećim činjenicama:

- pojednostavljena geometrija modela u odnosu na stvarnu konstrukciju;
- pojednostavljenje u pogledu položaja kabela, odnosno njihovo projiciranje u odgovarajući rezultantni kabel, te u pogledu modeliranja vremena prednapinjanja svakog pojedinog kabela;
- zanemarivanje utjecaja dijela klasične armature na deformabilnost konstrukcije;

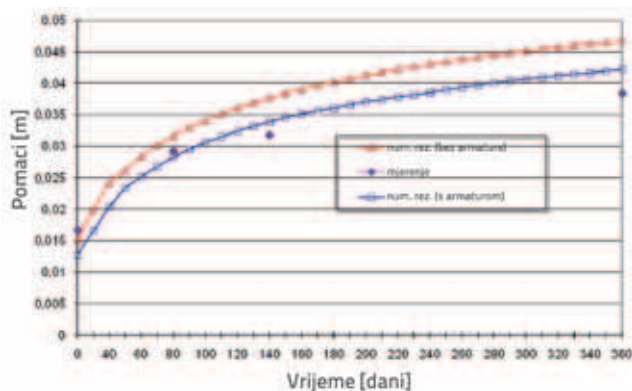
- utjecaj opsega i površine poprečnog presjeka te vlažnosti okoliša na veličinu deformacija puzanja i skupljanja;

- utjecaj vremena prvog opterećivanja, jer je konstrukcija mosta opterećena preostalim stalnim opterećenjem tek nakon završetka posljednjeg segmenta u sredini velikog raspona mosta, što se značajno razlikuje od numeričkog modela. Pri tome su segmenti, koji su betonirani prije, već pretrpjeli izvjesnu veličinu deformacija puzanja i skupljanja.



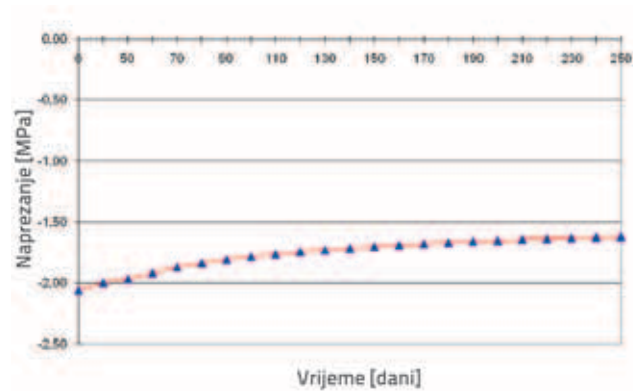
Slika 18. Pomaci mosta tijekom vremena

Na slici 18. prikazani su pomaci čitavog mosta nakon 360 dana, dok su na slici 19. prikazani izmjereni pomaci sredine mosta te pomaci dobiveni ovim numeričkim modelom bez klasične armature i s njom. Razlika izmjerenih i dobivenih pomaka nakon jedne godine iznosi oko 8 mm u slučaju kada nema klasične armature, dok je u slučaju s klasičnom armaturom u gornjoj i donjoj ploči sanduka ta razlika znatno manja i iznosi oko 4 mm. Iz ovoga je vidljiv utjecaj klasične armature na deformabilnost prednapetih konstrukcija, koji se ogleda u preuzimanju dijela naprezanja i smanjenju deformacija.

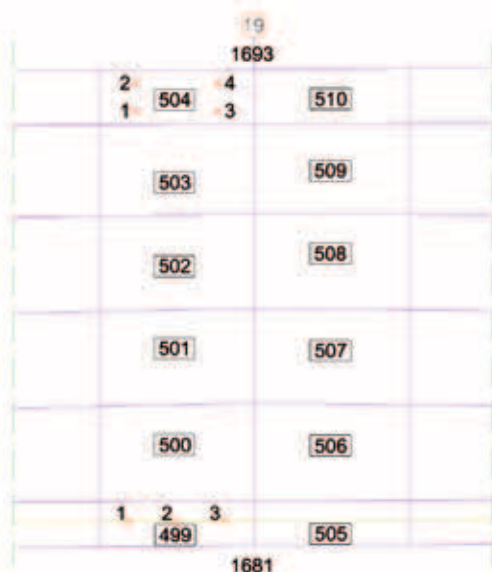


Slika 19. Pomaci sredine mosta tijekom vremena

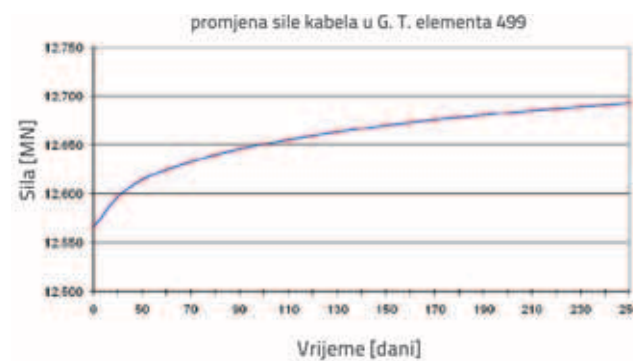
Na slici 20. prikazana je mreža konačnih elemenata sredine mosta s naznačenim integracijskim točkama elementa betona 504 i elementa kabela koji je sadržan u elementu betona 499. Na slici 21. prikazana je promjena naprezanja σ_{xx} betona u elementu 504 i integracijskoj točki 4 najbližoj sredini mosta. Vidljivo je da dolazi do pada naprezanja betona s vremenom. Na slici 22. prikazana je promjena sile u kabelu elementa 499, u integracijskoj točki 3, najbližoj sredini mosta, dobivena numeričkim modelom. Dolazi do povećanja te sile, ali vrlo malog. Nakon 250 dana to povećanje je oko 1 %.



Slika 21. Naprezanje x-x u G. T. 2. elementa 504



Slika 20. Mreža konačnih elemenata na sredini mosta



Slika 22. Promjena sile u kabelu

Premda je prethodno nabrojeno sve što utječe na točnost ovog numeričkog modela, može se reći da on daje dobre i očekivane rezultate, s obzirom na fenomenologiju problema koji opisuje. Dodavanje klasične uzdužne armature u gornjoj i donjoj ploči sanduka dovelo je do smanjenja pomaka, kako trenutnih tako i vremenskih, tako da je razlika izmjerenih

i numerički dobivenih pomaka, nakon jedne godine, manja od 10 %. Dodavanje preostale uzdužne armature u zidovima sanduka te poprečne armature još bi dodatno smanjilo ovu razliku pomaka.

6. Zaključak

U ovom radu analiziran je problem vremenski ovisnih deformacija betona, odnosno puzanja i skupljanja, polazeći od fenomenologije problema i njegova učinka na konstrukcije od armiranog i prednapetog betona. Prikazan je novi numerički model za analizu deformacija puzanja betona u ravnini, utemeljen na korekciji njegova modula elastičnosti u glavnim pravcima za trenutno stanje glavnih naprezanja.

Iz prikazanih rezultata na pojedinim primjerima može se zaključiti da razvijeni model daje fizikalno prihvatljiva rješenja te da posjeduje sve značajke numerički učinkovitog postupka. Usporedbom rezultata ovog modela s referentnim rješenjima iz literature, te izvršenog mjerenja na terenu, može se zaključiti da je model prije svega funkcionalan, ali i racionalan u smislu njegove matematičke formulacije. Posebna analiza točnosti modela nije provedena, ali se sigurno može reći da na nju utječe veličina vremenskog koraka, posebice na početku odvijanja procesa, kao i modeliranje betona pri jednoosnom tlaku. Isto tako, značajnu ulogu ima i izbor funkcije, odnosno koeficijenta puzanja. Zbog toga je potrebno, u početku, uzeti manje veličine vremenskog koraka (1-3 dana) kako bi postupak što bolje pratio stvarno odvijanje procesa puzanja betona.

LITERATURA

- [1] The Adam Neville Symposium: Creep and Shrinkage – Structural Design Effects, SP-194, Eds. A. Al-Manaseer, ACI, 2000.
- [2] Bazant, Z. P. & Baweja, S.: Creep and shrinkage prediction model for analysis and design of concrete structures, model B3, *Materials and Structures*, 28(6), pp. 357-365, 1995.
- [3] Selna, L. G.: Time Dependent Behaviour of Reinforced Concrete Structures, Report No. 67-Report No. 67-19, UC-SESM *Division of Structural Engineering and Structural Mechanics*, University of California, Berkeley, 1967.
- [4] Neville, A. M, Dilger, W. H. & Brooks J. J.: *Creep of plain and structural concrete*, Construction Press, London and New York, 1982.
- [5] Ghali, A. & Favre, R.: *Concrete Structures: Stresses and Deformations*, Chapman and Hall Ltd, New York, 1986.
- [6] Nikolić, Ž.: *Razvoj numeričkog modela za naknadno prednapinjanje armiranobetonskih konstrukcija u ravnini*, magistarski rad, Građevinski fakultet Sveučilišta u Splitu, Split, 1993.
- [7] Nikolić, Ž. & Mihanović, A.: Non-linear finite element analysis of post-tensioned concrete structures, *Engineering Computations*, Vol. 14, No. 5, (1997), pp. 509-528, MCB University Press.
- [8] Nikolić, Ž.: Numeričko modeliranje armiranobetonskih i prednapetih konstrukcija, *Građevinar*, Vol. 44, (1995), str. 121-129.
- [9] Kožul, M.: *Numerička simulacija vremenski ovisnih deformacija betona*, disertacija, Građevinski fakultet Sveučilišta u Mostaru, Mostar, 2011.
- [10] EUROCODE 2, ENV 206: Design of Concrete Structures, Part 1: General Rules and Rules for Buildings, Brussel, 1990.
- [11] Damjanić, F. B.: *Reinforced Concrete Failure Prediction Under both Static and Transient Conditions*, Ph. D. Thesis, University of Wales, Swansea, 1983.
- [12] Chen, W. F.: *Plasticity in reinforced concrete*, McGraw-Hill Book Company, New York, 1981.
- [13] Hinton, E. & Owen, D. R. J.: *Finite Elements in Plasticity, Theory and Practice*, Pineridge Press, Swansea, UK, 1980.
- [14] Hofstetter, G. & Mang, H. A.: *Computational Mechanics of Reinforced Concrete Structures*, Vieweg Verlag, Braunschweig/Wisbaden, 1995.
- [15] Hognestad, E.: A study of Combined Bending and Axial Load in Reinforced Concrete Members, University of Illinois Eng. Exper. Station Bull. Ser. No. 399, Bull. No. 1, 1951.
- [16] Darwin, D. & Pecknold, D. A.: *Nonlinear biaxial stress-strain law for concrete*, Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE, 103(2) (1977), pp. 229-241.
- [17] Corley, W. G. & Sozen, M. A.: *Time-Dependent Deflection of Reinforced Concrete Beams*, ACI Journal, Vol. 63, (1966), No. 3, pp. 373-386
- [18] Jaccoud, J. P. & Favre, R.: *Deflections of reinforced concrete structures: Experimental verification of a computing method*, Technical report, ITBTP, 1982.
- [19] Bockhold, J., Petryna, Y. S. & Kratzig W.: *Nonlinear basic creep of concrete members under high compressive stresses*, European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering, ECCOMAS 2004., Jyväskylä, 24-28 July, 2004.