

Primljen / Received: 14.12.2017.

Ispravljen / Corrected: 20.9.2019.

Prihvaćen / Accepted: 25.1.2020.

Dostupno online / Available online: 10.2.2022.

Utjecaji i dinamičko ponašanje interakcije tla i okvirne konstrukcije

Autori:



Guerdouh Dhehbiya, dipl.ing.građ.

Sveučilište Béjaia, Alžir

Tehnički fakultet

Odjel za građevinarstvo

dhahbia@hotmail.com



Dr.sc. **Khalfallah Salah**, dipl.ing.građ.

ENP Konstantina, Alžir

Laboratorij za mehaniku i napredne materijale

khalfallah_s25@yahoo.com

Autor za korespondenciju

Prethodno priopćenje

Guerdouh Dhehbiya, Khalfallah Salah

Utjecaji i dinamičko ponašanje interakcije tla i okvirne konstrukcije

U radu se prikazuje utjecaj i interakcija tla s okvirnom konstrukcijom pod utjecajem dinamičkih opterećenja. Kod svih je građevina potrebna neka vrsta konstrukcijskih elemenata koji su u izravnom kontaktu s tlom. U ovom radu je razvijen novi tankoslojni element sučelja (kontaktni element) temeljen na metodi konačnih elemenata. Pritom je korištena odgovarajuća kombinacija stupnjeva slobode na gornjoj i donjoj strani kontaktnog elementa. Primijenjeni su uvjeti kompatibilnosti pomaka između grednih elemenata i četverokutnih elemenata tla. Za potrebe integriranja tankoslojnog kontaktnog elementa, razvijen je numerički program. Dobiveni rezultati pokazuju da interakcija tla i okvirne konstrukcije bitno utječe na strukturni dinamički odziv komponenata sustava. Provedeno je i parametarsko ispitivanje kako bi se kvantitativno odredio utjecaj kontaktnog elementa na tlo i okvirnu konstrukciju pri dinamičkom opterećenju.

Ključne riječi:

dinamika interakcije tla i konstrukcije, dinamička analiza, metoda konačnih elemenata, tlo, okvirna konstrukcija

Research Paper

Guerdouh Dhehbiya, Khalfallah Salah

Effects and dynamic behaviour of soil - framed structure interaction

The effect and behaviour of soil - framed-structure interaction (SSI) under dynamic load conditions are presented in the paper. All civil engineering structures involve various types of structural elements that are in direct contact with soil. Hence, a new thin-layer interface element, based on the concept of the finite element method, is formulated. The formulation is elaborated using a combination of degrees of freedom of the top and bottom sides of the interface elements. The compatibility conditions of displacements between beam elements and quadrilateral soil elements are applied. Thus, a numerical program integrating the thin-layer interface element is developed for this purpose. The obtained results show that interaction between the soil and a framed structure has a considerable influence on the structural dynamic response of system components. Additionally, a parametric study has been elaborated to quantify the significance of interface behaviour on the soil and on the framed structure under dynamic load.

Key words:

soil-structure interaction dynamics, dynamic analysis, finite element method, soil, frame structure

1. Uvod

Okvirne konstrukcije ubrajaju se među konstrukcijske sustave koji se često primjenjuju u građevinarstvu, zrakoplovstvu, strojarstvu i elektrotehnici. S obzirom na tako različite primjene, dinamička analiza okvirnih konstrukcija često je predmet zanimanja istraživača i inženjera. Uobičajeno se u obzir uzima da su stupovi tih konstrukcija na razini temelja nepomični ležajevi. Građevine se u seizmičkim zonama uglavnom projektiraju pod pretpostavkom da se zanemaruje elastičnost tla koja dovodi do povećanja osnovnog perioda konstrukcije. Međutim, to povećanje ne dovodi uvijek od smanjenja seizmičke amplitude. Interakcija tla i okvirne konstrukcije (eng. soil - *framed structure interaction* - SSI) može štetno utjecati na odziv konstrukcije. Osim toga, pojednostavljivanje utjecaja SSI u seizmičkim propisima može dovesti do neadekvatnog projektiranja građevina. Zbog toga se u američkim seizmičkim propisima (FEMA) predlažu pojednostavljeni postupci za uključivanje utjecaja SSI u proračun. Može se dakle reći da projektiranje konstrukcijskih elemenata primjenom spomenute pretpostavke ne odražava stvarno ponašanje analiziranog sklopa i to zbog slijeganja, rotiranja temelja i interakcije, tj. međusobnog djelovanja konstrukcije i tla. Ti utjecaji dovode to prijenosa opterećenja između tla i konstrukcije, što je pojava poznata pod nazivom interakcije konstrukcije i tla (SSI), a ta interakcija bitno utječe na odziv konstrukcije, naročito u slučaju sustava temeljenih na mekim tlima.

Brojni geotehnički problemi ovise o interakciji konstrukcije i tla, što je naročito izraženo kod značajnih građevina kao što su nuklearne elektrane i višekatanice temeljene u mekom tlu. U numeričkim analizama ovog problema potrebno je modelirati konstrukciju, tlo i kontaktnu zonu (zonu sučelja) između njih. Što točnije modeliranje kontaktnog medija u različitim uvjetima opterećenja smatra se značajnim faktorom u analizi odziva građevina. Kako bi se dobili pouzdani rezultati, potrebno je robusno modeliranje i rigorozan konstitutivni zakon za analizu kontaktnog kontinuuma [1]. U ovom su području prezentirani brojni SSI pristupi koji se mogu podijeliti na dvije kategorije:

- analitičko modeliranje
- numeričko modeliranje.

Prva kategorija uključuje tradicionalne pristupe [2] u kojima se koristi niz opruga sa samo jednim stupnjem slobode. Ta se metoda smatra izravnom pa kao takva pojednostavljuje rješavanje pitanja interakcije tla i konstrukcije. Uz to, metode opruge dodatno su poboljšane pomoću prigušivača vibracija [3] kako bi odziv konstrukcije bio što točniji. S druge strane, nedostatak ovog pristupa je u diskontinuiranosti nosivog medija i zanemarivanje posmičnih deformacija. Kako bi poboljšao ovaj model, Boudaa [4] je unaprijedio jednoparametarski pristup tako što je u analizu uključio i posmične deformacije. Osim toga, Taokar [5] je prikazao diskretni kontaktni element koji je korišten u analizi interakcije tla i grede. Cilj je bio formulirati konačni element koji bi bio kompatibilan sa savojnim grednim elementom s tri čvora. Mayer i Gaul [6] razvili su diskretni

element koji je pogodniji za kontakt između dva kruta elementa. Druga kategorija odnosi se na različite numeričke pristupe. Kao rezultat inovacija u računalnoj znanosti i razvoja numeričkih metoda, simulacije se sve više primjenjuju za analizu međudjelovanja tla i konstrukcije. Modeliranje interakcije se provodi na bazi dimenzionalnog koncepta problema vezanih za statičko ili dinamičko opterećenje. Osim toga, u analizi problema interakcije koriste se i različite metode proračunavanja kao što su metoda konačnih razlika [7, 8], metoda konačnih elemenata (FEM) [9-11] te metoda graničnih elemenata (eng. *boundary element method* - BEM) [12, 13]. Metoda FEM danas zauzima značajno mjesto u istraživanju složenog interaktivnog ponašanja konstrukcija. Za rješavanje složenih problema te vrste potrebno je bez odgode riješiti pitanje kontakta (sučelja) između različitih tijela te definirati značajne pojave i utjecaje na odziv konstrukcije. U tom je smislu Dinev [14] pojednostavnio ponašanje kontinuuma pomoću diferencijalne jednadžbe sloja tla. Pulikanti i Ramancharla [15] prikazali su usporednu analizu slučajeva s interakcijom i bez interakcije tla i okvirne konstrukcije. U radu se naglašava značaj modeliranja kontaktne zone. Nadalje, za potrebe analize interakcije tla i trakastog temelja, Coutinho i dr. [16] razvili su zonu kontakta s četiri čvora i dva stupnja slobode za svaki čvor. Također su analizirane i velike posmične deformacije na kontaktnom mediju [17].

Doprinos ovih istraživanja sastoji se u razvoju novog kontaktnog elementa za analizu dinamičke interakcije tla i okvirnih konstrukcija. Novi tanki kontaktni element osigurava kompatibilnost između grednih elemenata i elemenata tla. Prema podacima iz literature, membranski kontaktni elementi nisu kompatibilni s grednim elementima koji se koriste kao glavni elementi u okvirima. Kontaktni element razvijen u okviru ovog istraživanja sadrži četiri čvora koji su spojeni s gredom i četverokutastim elementima tla. Koristi se dakle tanki kontaktni element s različitim stupnjevima slobode u svakom čvoru kako bi se omogućila prikladna analiza dinamičkog odziva okvirnih konstrukcija, te radi kvantitativnog određivanja doprinosa interakcije tla i konstrukcije.

2. Modeliranje kontaktnog problema

Danas se primjenjuju brojni pristupi, a unutar njih i opsežna istraživanja kako bi se modelirala interakcija tla i konstrukcije. Kontaktni elementi se najčešće koriste za modeliranje ponašanja u zoni između temelja i tla odgovarajućih mehaničkih svojstava. U tom kontekstu, pristupi koji se odnose na interakciju tla i konstrukcije mogu se podijeliti u tri kategorije: konstrukcijski pristup, pristup baziran na kontinuumu te hibridni pristup. U konstrukcijskom se pristupu primjenjuje kruta baza pri čemu se konstrukcija i temeljno tlo zamjenjuju konstrukcijskim komponentama. U drugom pristupu, tj. u pristupu koji se bazira na kontinuumu, modeli se izvode iz parcijalnih diferencijalnih jednadžbi prema kojima se čitav sustav razmatra kao kontinuum. Hibridni pristup zapravo je kombinacija dvaju prethodno opisanih pristupa.

2.1. Winklerov model

Model interakcije tla i konstrukcije baziran na Winklerovom pristupu jedno je od prvih analitičkih rješenja u kojima se naglasak stavlja na složenost djelovanja između tla i konstrukcije. Zbog složenosti takve interakcije, u kontaktnu zonu između konstrukcije i temelja uvedene su brojne pretpostavke kako bi se pojednostavnilo modeliranje cjelokupnog sustava. Osnovni nedostaci tog pristupa su diskontinuiranost nosivog medija i zanemarivanje posmika u temeljima [4, 18, 19]. U tom kontekstu, ponašanje grede definirano je diferencijalnom jednačom četvrtog reda.

$$\frac{d^4 v(x)}{dx^4} + \frac{K_s}{EI} v(x) = \frac{q(x)}{EI} \quad (1)$$

gdje je $v(x)$ vertikalni progib dok su EI , K_s , $q(x)$ redom savojna krutost grede, koeficijent reakcije tla i vanjsko opterećenje.

Nelinearno ponašanje tla potaklo je istraživače na provođenje detaljnijih analiza problema interakcije tla i konstrukcije. U tom je smislu varijabilna vrijednost koeficijenta reakcije tla integrirana u izraz (1)

$$\frac{d^4 v(x)}{dx^4} + \frac{K_s(x)}{EI} v(x) = \frac{q(x)}{EI} \quad (2)$$

$K_s(x)$ je nelinearni koeficijent reakcije tla. To znači da krutost tla ovisi o analiziranom položaju duž glavne kontaktne osi koja predstavlja nehomogeni i nelinearni temelj. Koeficijent $K_s(x)$ se već dugi niz godina koristi za baždarenje odziva temelja kao npr.: ponašanja pilota pod statičkim [20] i dinamičkim [21] opterećenjem. Ti modeli uzimaju u obzir interakciju tla i konstrukcije pomoću jednodimenzionalnih nelinearnih opruga raspoređenih po kontaktu između tla i temelja. Važnije ograničenje ovog pristupa bilo bi dimenzionalno predstavljanje, zbog čega opterećenja koja djeluju u horizontalnom smjeru ne utječu na odziv opruga. Horvath i dr. [22, 23] uveli su hibridni model temeljnog tla prema kojem se višeslojni medij tla zamjenjuje ekvivalentnim slojem koji se sastoji od gornjih i donjih slojeva odvojenih savitljivom membranom pod konstantnim vlakom.

2.2. Model kontinuuma

Smatra se da je model elastičnog kontinuuma homogen, izotropan i linearno elastičan. U formulaciju su uključeni mnogi parametri tla: modul elastičnosti, posmični modul i debljina uslojenog tla [23]. Zatim je uključen i dvoparametarski model tlo - temelj kako bi se mogao analizirati utjecaj posmičnih deformacija na vertikalni i horizontalni odziv interakcije tla i konstrukcije [4, 5, 19].

Pod statičkim opterećenjem, jednačba koja kontrolira odziv sustava može se iskazati kako slijedi:

$$(K_b^e + K_s^e + K_G^e) \{q_e\} = \{F_e\} - \{R_e\} \quad (3)$$

gdje su K_b^e , K_s^e , K_G^e matrice krutosti savojnog grednog elementa, temeljnog tla i posmične deformacije. $\{q_e\}$, $\{F_e\}$ i $\{R_e\}$ su vektori čvornih stupnjeva slobode, čvornih opterećenja, i ekvivalentnih čvornih opterećenja raspoređenog opterećenja.

Na taj se način utjecaj ponašanja svakog sloja na ukupno ponašanje tla uvodi pomoću podmatrice:

$$\begin{Bmatrix} T_t^i \\ T_b^i \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{tt}^i & K_{tb}^i \\ K_{bt}^i & K_{bb}^i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_t^i \\ U_b^i \end{Bmatrix} \quad (4)$$

gdje su U i T pomaci i naprezanja na vrhu i na dnu analiziranog sloja, dok je K podmatrica gornjeg i donjeg sloja.

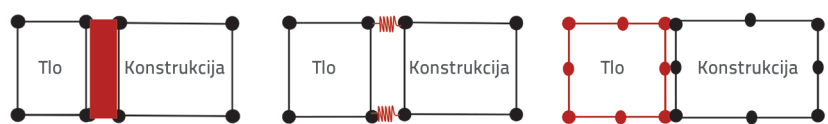
2.3. Hibridni model

Kao što je navedeno, hibridni pristup ovisi o kombinaciji konstrukcijskog modela i modela kontinuuma. Taj je pristup do sada analiziran u brojnim istraživanjima, kao naprimjer u radu [24] gdje je opisana dinamička analiza tornja vjetrenjače temeljena na interakciji tla i konstrukcije. U toj je analizi prikazan inovativni hibridni model u kojem su jednostupni i rešetkasti toranj, analizirani pomoću modela kontinuuma (programa za analizu konačnih elemenata), povezani s konstrukcijskim pristupom kako bi se opisalo ponašanje različitih vrsta tla.

I na kraju vrijedi spomenuti da je konstrukcijski model jednostavan za korištenje, ali je s druge strane nedovoljno točan. Osim toga, pristup baziran na kontinuumu precizniji je za potrebe modeliranja tla, ali iskazuje bitne nedostatke u primjeni putem računalnog programa. U ovom se radu za modeliranje interakcije tla i konstrukcije primjenjuje pristup baziran na kontinuumu.

3. Upotreba konačnih elemenata za formuliranje interakcije tla i konstrukcije

Vanjska opterećenja generiraju relativne pomake između konstrukcije i tla. Primjenom kontaktnih elemenata, uzimajući u obzir uvjet kompatibilnosti, sprečavaju se relativni pomaci između kontaktnih čvorova. U ovom se slučaju kontaktni elementi mogu koristiti za modeliranje tanke zone između temelja i tla. Zbog toga je u mnogim metodama predloženo modeliranje diskontinuiranog ponašanja u zoni kontakta i za to su korišteni različiti kontaktni elementi (slika 1.).



Slika 1. Primjeri interakcije tla i konstrukcije

Što točnije modeliranje kontaktnih elemenata značajan je zadatak u analizi interakcije tla i konstrukcije. Stoga su robusnost postupka modeliranja, te konstitutivni zakoni sučelja, dobili na važnosti posljednjih godina, prije svega zahvaljujući unapređenju numeričkih metoda i razvoju vrlo snažnih računalnih strojeva.

Metoda konačnih elemenata jedna je od numeričkih metoda koja se vrlo često primjenjuju za ove potrebe. Rezultati pokazuju da se tom metodom mogu ostvariti napredna rješenja problema kontakta između tla i konstrukcije [25]. Iznimno je značajan postupak simuliranja mehaničkog diskontinuiteta u zoni kontakta. Kontinuum između tla i temelja u literaturi se modelira pomoću brojnih metoda za analizu ponašanja u zoni kontakta (slika 1.).

Kontaktne se elementi mogu modelirati pomoću opruga, elemenata s dva ili tri čvora, medija kontinuuma s gušćom mrežom, elemenata nulte debljine ili tankoslojnih elemenata. Elementi s dva ili tri čvora mogu se iskazati i u obliku elemenata od čvora do čvora koji se uglavnom koriste u modeliranju ponašanja na kontaktu (slika 1.a). U nekim se slučajevima ponašanje na kontaktu može modelirati primjenom gušće mreže u blizini kontakta s odgovarajućim svojstvima [26] (slika 1.b). Osim toga, modeliranje se može provesti i pomoću opruga koje omogućuju spoj između temelja i tla (slika 1.c). U sljedećoj se točki opisuju neki od elemenata koji se koriste u analizi interakcije između različitih tijela.

3.1. Kontaktni element nulte debljine

Postupak modeliranja kontaktne zone pomoću elemenata nulte debljine ustanovio je Goodman [27]. Taj element ima četiri čvora ili osam čvorova s dva stupnja slobode u svakom čvoru. Formulacija se temelji na relativnom pomaku između dviju strana kontaktnih elemenata (slika 2.).

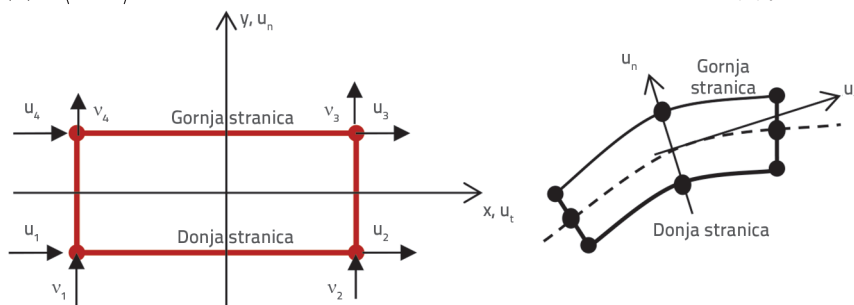
Vektor čvornog pomaka u lokalnom koordinatnom sustavu može se iskazati kako slijedi:

$$\{q_e\} = \langle u_i, v_i \rangle_{i=1,4}^t \tag{5}$$

gdje u_i i v_i predstavljaju horizontalni i vertikalni pomak čvora i .

Vektor relativnog pomaka može se izvesti na sljedeći način:

$$\{u\} = \langle u_t, v_n \rangle^t \tag{6}$$



Slika 2. Kontaktni element nulte debljine

gdje su u_t i u_n tangenti, tj. normalni relativni pomaci koji se mogu izraziti ovako: $u_t = u_{top} - u_{bot}$ tj. $u_n = v_{top} - v_{bot}$

U slučaju s dva čvora na svakoj stranici kontaktnog elementa, pomaci u i v mogu se aproksimirati pomoću linearnih Gaussovih interpolacijskih funkcija. Pomaci na vrhu i dnu čvorova su:

$$\begin{Bmatrix} u_{top} \\ v_{top} \\ u_{bot} \\ v_{bot} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -N_1 & 0 & -N_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -N_1 & 0 & -N_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & N_1 & 0 & N_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_1 & 0 & N_2 \end{bmatrix} \{q_e\} \tag{7}$$

Matrica deformacije pri pomaku može se izračunati kako slijedi:

$$\{\epsilon\} = [B]\{q_e\} \tag{8}$$

sa

$$[B] = \begin{bmatrix} -N_1 & 0 & -N_2 & 0 & N_1 & 0 & N_2 & 0 \\ 0 & -N_1 & 0 & -N_2 & 0 & N_1 & 0 & N_2 \end{bmatrix}$$

Matrica krutosti elementa može se odrediti na sljedeći način:

$$[K_e] = \int_L [B]^t [D^e] [B] dx \tag{9}$$

gdje je $[D^e]$ matrica konstitutivnog zakona, a L je dužina stranice. U zaključku se može spomenuti da skupina kontakata nulte debljine obuhvaća i dodatne kontaktne elemente kojima se u obzir uzimaju i neke druge složene pojave.

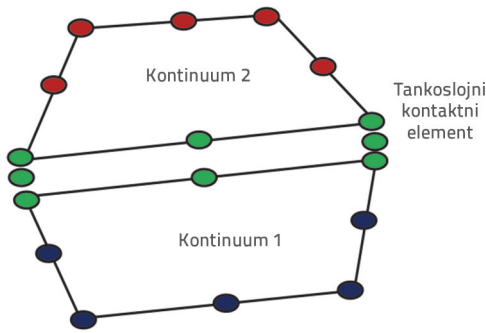
3.2. Tankoslojni kontaktni element

Uz kontaktne elemente nulte debljine u literaturi se spominju i tankoslojni kontaktni elementi [6]. Utvrđeno je da mala promjena debljine može generirati značajne rezultate. Osim toga, predlaže se i provođenje ispitivanja jednostavnog posmika za određivanje debljine tankoslojnog kontaktnog elementa [14]. Kako bi se umanjili uočeni nedostaci, Dessai i dr. [29] te Sharma [30] predlažu primjenu tankoslojnog kontaktnog elementa (slika 3.). Ovdje se za simuliranje ponašanja na kontaktu koristi puni element male debljine. Translacijske slobode se koriste na zajedničkim čvorovima s kontaktne razine. U svojoj parametarskoj studiji, Desai [29] predlaže da debljina, t ,

kontaktnih elemenata bude $0,01 \leq t/L \leq 0,10$, pri čemu L označava širinu temelja. Uključeni su različiti oblici deformacija, a analizirani su i brojni problemi pomaka i hibridnih postupaka s konačnim elementima.

Tankoslojni kontaktni elementi uspješno se koriste u analizi interakcije tla i konstrukcije pri statičkom opterećenju, a uz odgovarajuće preinake koriste se i u analizi dinamičkog opterećenja. Za

analizu ponašanja kontaktnog medija preporuča se primjena tanke konačne zone, a ne konačnog elementa nulte debljine, kao što se često pretpostavlja u mnogim istraživanjima.



Slika 3. Tankoslojni kontaktni element

U analizi konačnih elemenata, tanki kontaktni element tretira se kao puni konačni element. Konstitutivni zakon konačnog elementa izražava se kao:

$$\{\sigma\} = [C]\{\epsilon\} \quad (10)$$

gdje su $\{\sigma\}$ i $\{\epsilon\}$ vektori naprezanja, tj. deformacije, a $[C]$ je matrica elastičnosti kontaktnog medija.

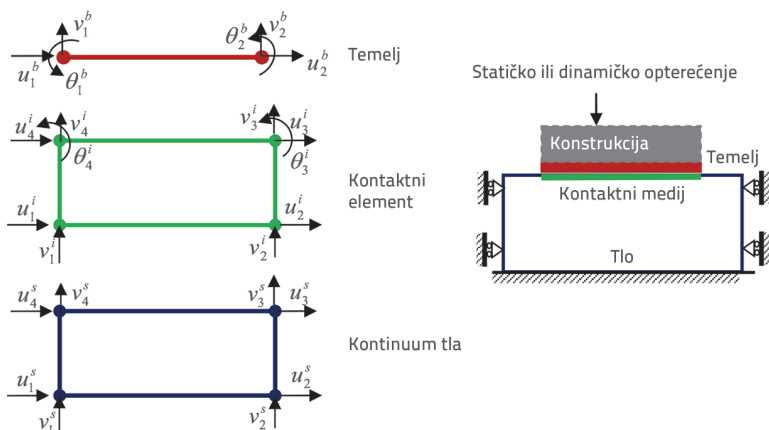
$$[C^i] = \begin{bmatrix} c_{nn}^i & c_{ns}^i \\ c_{sn}^i & c_{ss}^i \end{bmatrix}$$

gdje su c_{nn}^i, c_{ss}^i normalne tj. tangentne komponente ponašanja tankog kontaktnog elementa. c_{ns}^i, c_{sn}^i predstavljaju povezanost između normalnih i posmičnih efekata.

Ponašanje kontaktnog elementa može se izvesti formulacijom matrice krutosti kako slijedi:

$$[K^i] = \int_V [B^i]^t [C^i] [B^i] dV \quad (11)$$

gdje je $[B^i]$ matrica transformacije kontaktnog elementa.

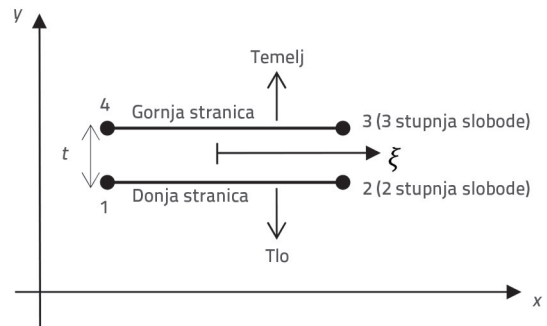


Slika 4. Tankoslojni kontaktni element

4. Novi tankoslojni kontaktni element

4.1. Formulacija kontaktnog elementa

Kkontaktni element koji se koristi u ovom radu sastoji se od (1) jednodimenzionalnog grednog elementa, (2) dvodimenzionalnog kontaktnog elementa i (3) dvodimenzionalnog elementa tla. Ti se elementi moraju međusobno povezati kako bi se dobio zajednički element koji se može koristiti u analizi interakcije tla i konstrukcije pri dinamičkom opterećenju. Gređa je jednosmjerni štapni element s dva čvora i s tri stupnja slobode u svakom čvoru, a tlo je definirano kao mreža sastavljena od četverokutnih elemenata Q4 s dva stupnja slobode na svakom čvoru (slika 4.). Čvorovi razvijenog tankoslojnog kontaktnog elementa spojeni su na gornjoj strani s čvorovima gređe, a na donjoj strani s elementima tla (slika 5.). U ovom slučaju, svaki čvor gređe ima tri stupnja slobode, a čvorovi elementa tla imaju samo dva stupnja slobode. Stoga novi konačni kontaktni element u analizu ulazi s deset stupnjeva slobode.



Slika 5. Tankoslojni kontaktni element

Trebaju se postići pomaci zajedničkih čvorova različitih elemenata kako bi se zadovoljili uvjeti kompatibilnosti, slika 4. i tablica 1.

Tablica 1. Pomak čvorova tankoslojnog kontaktnog elementa

Čvor	Horizontalni pomak, u	Vertikalni pomak, v	Rotacija θ
1	$u_1^i = u_4^s$	$v_1^i = v_4^s$	
2	$u_2^i = u_3^s$	$v_2^i = v_3^s$	
3	$u_3^i = u_2^b$	$v_3^i = v_2^b$	$\theta_3^i = \theta_2^b$
4	$u_4^i = u_1^b$	$v_4^i = v_1^b$	$\theta_4^i = \theta_1^b$

U statičkoj analizi, odziv složene strukture lako se može izračunati pomoću izraza (12):

$$[K]\{u\} = \{F\} \quad (12)$$

U dinamičkoj analizi, jednačba (12) postaje

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{F(t)\} \quad (13)$$

gdje su $[M]$, $[C]$ i $[K]$ redom matrice mase, prigušenja i krutosti. $\{\ddot{u}\}$, $\{\dot{u}\}$ i $\{u\}$ su redom ubrzanje, brzina i pomak sustava, dok je $\{F(t)\}$ vektor vanjske sile.

Komponente relativnog pomaka mogu se aproksimirati kako slijedi:

$$\Delta U = \sum_1^n N_i(\xi) u_i \quad (14.1)$$

$$\Delta V = \sum_1^n N_i(\xi) v_i \quad (14.2)$$

$$\Delta \theta = \sum_1^n N_i(\xi) \theta_i \quad (14.3)$$

gdje je n broj čvorova, dok su u_i , v_i i θ_i stupnjevi slobode čvora i . Za jednodimenzionalnu linearnu analizu konačnih elemenata, funkcije oblika čvorova 1 i 2 (slika 2.) mogu se izraziti kako slijedi:

$$N_1(\xi) = \frac{1}{2}(1 - \xi) \quad (15.1)$$

$$N_2(\xi) = \frac{1}{2}(1 + \xi) \quad (15.2)$$

Na razini kontakta, deformacije se smatraju relativnim pomacima između gornjih i donjih čvorova. Vektor relativne deformacije može se izraziti kao:

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_t \\ \varepsilon_n \\ \varepsilon_r \end{Bmatrix} = \left\langle \frac{\Delta u}{t}, \frac{\Delta v}{t}, \frac{\Delta \theta}{t} \right\rangle^t \quad (16)$$

gdje su ε_t , ε_n i ε_r redom tangentne, normalne i rotacijske deformacije, dok je t debljina elementa

Supstitucijom izraza (14) u izraz (15), vektor deformacije može se izraziti kako slijedi:

$$\{\varepsilon\} = \frac{1}{t} [N(\xi)] \{q_e\} \quad (17)$$

Matrica oblika funkcije može se dobiti prema vektoru čvornog pomaka kako slijedi:

$$[N(\xi)] = \begin{bmatrix} -N_1(\xi) & 0 & -N_2(\xi) & 0 & N_1(\xi) & 0 & 0 & N_2(\xi) & 0 & 0 \\ 0 & -N_1(\xi) & 0 & -N_2(\xi) & 0 & N_1(\xi) & 0 & 0 & N_2(\xi) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_1(\xi) & 0 & 0 & N_2(\xi) \end{bmatrix}$$

Odnos pomaka i deformacije se stoga može definirati kao:

$$\{\varepsilon\} = [B(\xi)] \{q_e\} \quad (18)$$

gdje je $[B(\xi)] = (1/t) [N(\xi)]$ matrica pomak-deformacija.

Na temelju koncepta ukupne potencijalne energije, matrica krutosti može se izvesti u intrinzičnoj koordinatnoj osi kao:

$$[K] = \int_{-1}^1 \int_0^t [B(\xi)]^t [C_e] [B(\xi)] |J| d\eta d\xi \quad (19)$$

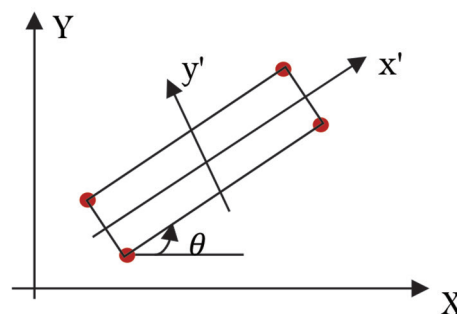
gdje je $|J|$ Jacobijeva determinatna, a $[C_e]$ je matrica elastičnosti koja sadrži tri rastavljene komponente u lokalnom koordinatnom sustavu.

$$[C_e] = \begin{bmatrix} C_s & 0 & 0 \\ 0 & C_n & 0 \\ 0 & 0 & C_r \end{bmatrix} \quad (20)$$

C_s , C_n i C_r su posmična, normalna i rotacijska krutost elastičnog temeljnog sloja tla.

Općenito uzevši, kontaktni se element može nagnuti pod kutom od θ u odnosu na globalnu os (slika 6.). Tada matrica elastičnosti-krutosti u globalnim koordinatama glasi:

$$[C_g] = [T] [C_e] [T] \quad (21)$$



Slika 6. Kontaktni element u globalnim koordinatnim sustavima

Matrica transformacije glasi:

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos 2\theta & \sin 2\theta & 0 \\ -\frac{1}{2} \sin 2\theta & \cos^2 \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Zatim se matrica krutosti materijala može izraziti u globalnoj referenci kao:

$$[C_g] = \begin{bmatrix} \cos 2\theta & -\frac{1}{2} \sin 2\theta & 0 \\ \sin 2\theta & \cos^2 \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_s & 0 & 0 \\ 0 & C_n & 0 \\ 0 & 0 & C_r \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$\begin{bmatrix} \cos 2\theta & \sin 2\theta & 0 \\ -\frac{1}{2} \sin 2\theta & \cos^2 \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 & c_4 & 0 \\ c_4 & c_2 & 0 \\ 0 & 0 & c_3 \end{bmatrix}$$

U globalnim se koordinatama vektor deformacije može izraziti kako slijedi:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_t \\ \varepsilon_n \\ \varepsilon_r \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos 2\theta & \sin 2\theta & 0 \\ -\frac{1}{2}\sin 2\theta & \cos^2 \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{xy} \\ \varepsilon_y \\ \gamma_\theta \end{Bmatrix} \quad (23)$$

Matrica mase može se iskazati na isti način:

$$[M] = \int_{-10}^1 \int_0^t [N(\xi)]^t [N(\xi)] \rho |J| d\eta d\xi \quad (24)$$

gdje je ρ gustoća materijala.

4.2. Karakteristike kontaktnog medija

Većina vrsta tla ponaša se u skladu s konstitutivnim zakonima nelinearnosti zbog više razloga: heterogenost, nelinearna osjetljivost itd. U ovom se radu za ponašanje tla koristi pretpostavka linearne elastičnosti, gdje model elastičnog kontinuuma može fizički predočiti tlo [31, 32].

Kruto ili fleksibilno ponašanje temelja može se ocijeniti pomoću bezdimenzijskog parametra koji nosi naziv krutost sustava, P_s [32, 33]. Normalna krutost elastičnog sloja tla može se iskazati kako slijedi:

$$C_n = \frac{1}{12} \frac{C_r}{P_s} \left(\frac{d}{L} \right)^3 \quad (25)$$

gdje su C_r , d i L redom krutost, debljina i dužina temelja. Parametar krutosti sustava, P_s , omogućuje razlikovanje između fleksibilnog i krutog ponašanja tla ($P_s = 0$: apsolutno fleksibilno, $0 < P_s \leq 0,01$: polu-fleksibilno, $0,01 < P_s \leq 0,1$: polukruto te $P_s > 0,1$: kruto).

Karkon i dr. [28] opisali su posmičnu krutost elastičnog temeljnog sloja u funkciji svojstava tla (E_s , ν) i širine grede b , kako slijedi:

$$C_s = \frac{E_s}{4(1+\nu)} \frac{b}{\beta} \quad (26)$$

gdje je β parametar koji označava raspodjelu pomaka u vertikalnom smjeru.

I konačno, elastična rotacijska krutost elastičnog sloja tla može se definirati primjenom sljedećeg izraza [34]:

$$C_r = \frac{\pi b^2 L E_s}{16(1-\nu^2)} \left(1 + 0,22 \frac{b}{L} \right) \quad (27)$$

Vrijednosti C_n , C_s i C_r za različite vrste tla prikazane su u tablici 3., i to za problem koji se opisuje u sljedećem poglavlju.

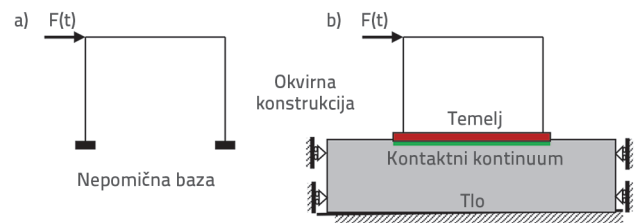
5. Numerički primjeri

5.1. Informacije o problemu

Dva modela odabrana su za validaciju razvijenog programa te za iskazivanje ponašanja tankoslojnog kontaktnog elementa:

- nepomična baza (slika 7.a)
- tankoslojni kontaktni element (slika 7.b).

Numerički program uzima u obzir više konačnih elemenata: gredni element koji opisuje ravninski okvir, kontaktni element koji simulira zonu interakcije, te elemente kontinuuma koji predstavljaju tlo ispod temelja.



Slika 7. a) Model s nepomičnom bazom; b) Model kontaktnog elementa

U ovom istraživanju rubne granice vertikalnih stranica i donje stranice definirane su na zadovoljavajućoj udaljenosti koja odgovara vrlo malim horizontalnim pomacima. Usvojeno je da debljina kontaktnih elemenata iznosi 5 cm [29]. Na vrh okvira nanosena je sinusoidna dinamička sila $f(t) = 500\sin((\pi/0,6)t)$ kako bi se simulirao odziv ravninskih okvira pod dinamičkim opterećenjem. Pretpostavljeno je da temelj leži na tri vrste tla: kruto tlo, srednje kruto tlo i meko tlo, a tretiraju se kao problemi ravninske deformacije. Vrijednosti krutosti tla pri malim deformacijama za različite vrste tla prikazane su u tablici 2.

Tablica 2. Mehaničke karakteristike korištenih vrsta tla

Vrsta tla	Modul elastičnosti [kN/m ²]	Poissonov koeficijent	Gustoća [kN/m ³]
Kruto tlo	60000	0,30	18
Srednje kruto tlo	30000	0,35	18
Meko tlo	20000	0,40	18

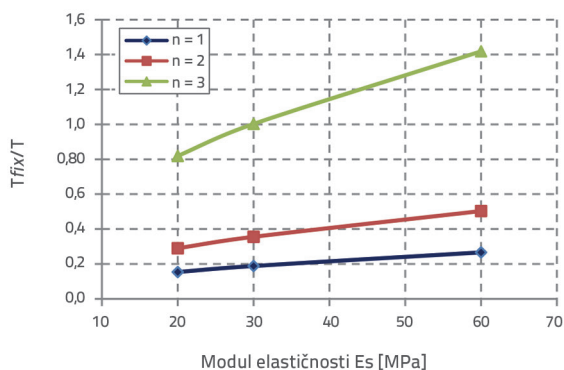
Betonski je okvir dug 5 m, a visina mu iznosi 3 m. Poprečni presjek grede iznosi $0,4 \times 0,4$ m², a vrijednosti modula elastičnosti i Poissonovog koeficijenta redom iznose $3,2 \cdot 10^7$ kN/m² i 0,2. Pomoću izraza (25) do (27), ekvivalentna mehanička svojstva pojedinih vrsta tla mogu se izraziti pomoću njihovih krutosti, kako je to prikazano u tablici 3.

Tablica 3. Krutost ekvivalentnih opruga [28, 32-34]

Tlo	C_s [kN/m]	C_n [kN/m]	C_r [kN/m]
Kruto tlo	$69,230 \cdot 10^3$	$8 \cdot 10^4$	10^{10}
Srednje kruto tlo	$34,615 \cdot 10^3$	$3,5 \cdot 10^4$	10^8
Meko tlo	$23,077 \cdot 10^3$	10^4	10^6

5.2. Istraživanje primjenom modalne analize

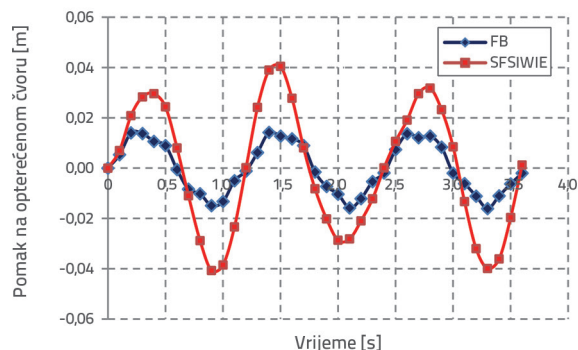
U ovom poglavlju se analiziraju rezultati dobiveni simulacijom primjenom sustava nazvanog Tlo i okvirna konstrukcija s kontaktnim elementima (eng. *Soil, Framed-Structure With Interface Elements - SFSIWIE*) (slika 7.b) i za nepomičnu bazu (eng. *Fixed-Base - FB*) (slika 7.a). Modalna analiza provedena je za obje vrste konstrukcija izračunavanjem osnovnog perioda titranja. U prvom koraku utvrđeno je da osnovni period iznosi 0,0142 sekunde za okvir FB, tj. 0,129 sekundi za okvir SFSIWIE, što je razlika od deset puta. Stoga se može reći da se vrijednost osnovnog perioda vibracija podcjenjuje ako se zanemari interakcija tla i konstrukcije. Na slici 8. prikazan je odnos vibracija okvira FB i SFSIWIE za različite brojeve katova, uz primjenu modalne analize.



Slika 8. Odnos perioda za okvire FB i SFSIWIE

Dakle, odnos (T_{fix}/T) u velikoj mjeri ovisi o broju katova i o vrsti tla (slika 8.). Razlike postaju prilično značajne kod većeg broja katova i većih vrijednosti modula elastičnosti.

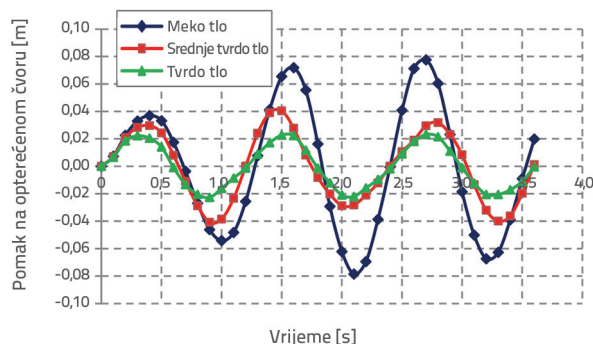
U drugom se koraku provodi dinamička analiza radi izračunavanja harmonijskog odziva okvira FB i okvira SFSIWIE. Vremenski pomak u horizontalnom smjeru na vrhu konstrukcije određuje se za uvjete nepomične baze i fleksibilne baze, a u analizu se uključuje i utjecaj interakcije (slika 9.). Pomaci okvira SFSIWIE na primjeru sa srednje krutim tлом bitno su veći od pomaka okvira FB za zadano trajanje opterećenja. Polje pomaka pokazuje sličan profil s određenom vremenskom odgodom. U usporedbi s modelom s nepomičnom bazom, integracija kontaktnih elemenata znatno doprinosi ponašanju okvira SFSIWIE, a razlika je naročito uočljiva pri vršnim razinama. Na tim razinama, razlika između odziva iznosi otprilike 2,5 puta.



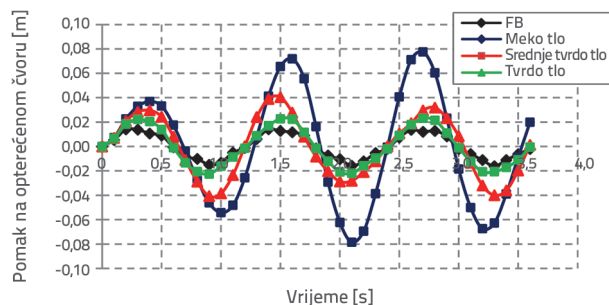
Slika 9. Odzivi okvira SFSIWIE i okvira FB

Nadalje, odabrane su tri kategorije tla opisane modulima elastičnosti: 20 MPa (meko tlo), 30 MPa (srednje kruto tlo) i 60 MPa (kruto tlo), tablica 3. Na slici 10. prikazan je odziv okvirne konstrukcije (opterećeni čvor) pri harmonijskom opterećenju, pri čemu je korišten sustav SFSIWIE.

Općenito se može reći da svojstva tla utječu na dinamički odziv konstrukcije pri nanošenju dinamičkog opterećenja. Čini se da je utjecaj vrste tla prilično mali na samom početku te da s vremenom raste. To dokazuje tvrdnju da trajanje postupka opterećenja utječe i na dinamički odziv konstrukcija (slika 10.).



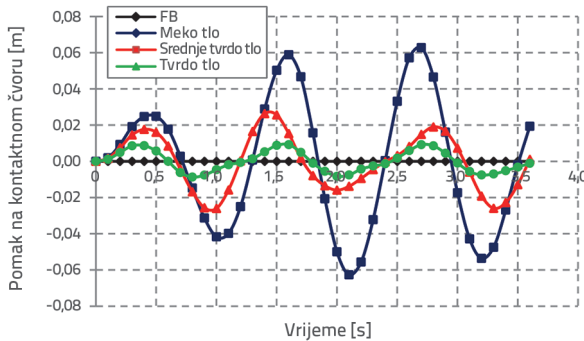
Slika 10. Dinamički utjecaj svojstava tla



Slika 11. Odziv konstrukcije

Na slikama 10. do 12. daje se vremenski slijed horizontalnog pomaka na vrhu konstrukcije i na čvoru kontaktne zone. Imajući u vidu kontaktne elemente, horizontalni pomaci na vrhu konstrukcije vrlo su značajni u odnosu na pomak čvora

kontaktne zone. Primjerice, kod $t = 2,75$ s, pomak na vrhu okvira iznosi 8 cm, a odgovarajuća vrijednost na kontaktu iznosi 6,1 cm. Dakle, pomak na vrhu okvira je veći otprilike za 31,14 %.

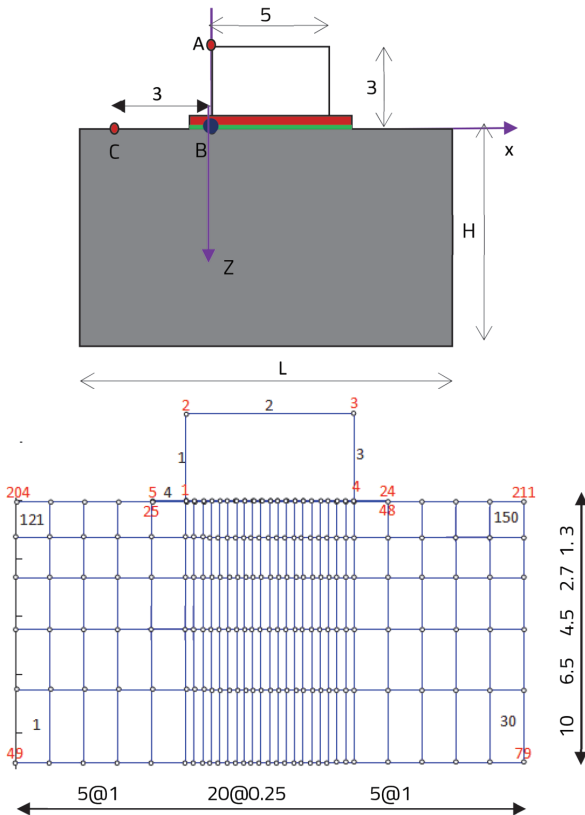


Slika 12. Odziv kontaktne zone

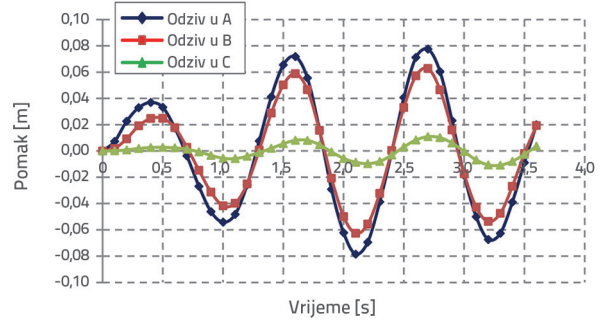
5.3. Analiza primjenom metode konačnih elemenata

5.3.1. Analiza s kontaktnim elementima

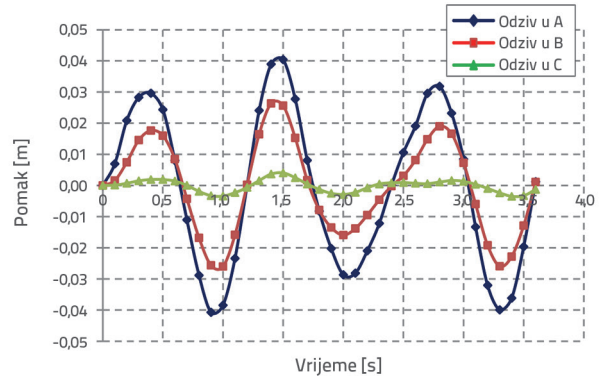
Mreža okvira, kontaktne zone i temeljnog tla prikazana je na slici 13. Ispod profila temelja mreža je dovoljno gusta, a u ostalim dijelovima kontinuuma korištene su mreže srednje gustoće. U ovom su slučaju odabrane tri točke proračuna: čvor okvira (A), čvor kontakta (B) i čvor tla (C) (slobodno polje) kako bi se analizirao utjecaj vrste tla na okvir, kontakt i tlo.



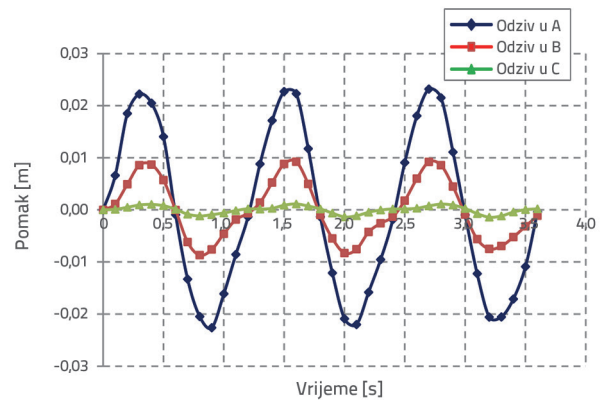
Slika 13. Mreža okvira, kontakta i tla (dimenzije u m)



Slika 14. Dinamički odziv čvorova A, B i C za meko tlo



Slika 15. Dinamički odziv čvorova A, B i C za srednje kruto tlo



Slika 16. Dinamički odziv čvorova A, B i C za kruto tlo

Provedena je komparativna analiza kako bi se razjasnio utjecaj i djelovanje vrste tla na okvirnu konstrukciju, kontaktni medij i slobodno polje. Rezultati dobiveni ovom simulacijom za sustav s kontaktnim elementima (SFSIWIE) mogu se podijeliti u tri grupe:

1. Utjecaj vrste tla na konstrukciju

Ispitani su utjecaji različitih vrsta tla na konstrukciju. Provedena je vremenska analiza razmatranih vrsta tla te je ispitan profil vršnog pomaka. Dobiveni rezultati pokazuju da se meko tlo treba zamijeniti kako bi se poboljšale mehaničke karakteristike tla ispod temelja (slike 14. do 16.).

Tablica 4. Maksimalni pomaci konstrukcije

Vrsta tla	Vršna vrijednost	1	2	3
Kruto tlo	vršni pomak	0,022	0,022	0,023
Srednje kruto tlo	vršni pomak	0,03	0,041	0,032
	postotak promjene	36,36 %	86,36 %	39,13 %
	prosječni postotak	53,95 %		
Meko tlo	vršni pomak	0,038	0,07	0,08
	postotak promjene	72,72 %	118,18 %	247,82 %
	prosječni postotak	146,24 %		

Tablica 5. Maksimalni pomak u kontaktnoj zoni

Vrsta tla	Vršna vrijednost	1	2	3
Kruto tlo	vršni pomak	0,008	0,009	0,0085
Srednje kruto tlo	vršni pomak	0,018	0,028	0,02
	postotak promjene	125 %	211,11 %	135,29 %
	prosječni postotak	157,13 %		
Meko tlo	vršni pomak	0,038	0,07	0,08
	postotak promjene	375 %	677,77 %	841,17 %
	prosječni postotak	631,31 %		

Uz to se može uočiti da se pri povećanju krutosti tla smanjuje razlika u pomaku okvira (tablica 4.)

2. Utjecaj vrste tla na kontaktnu zonu

Na slikama od 14. do 16. se vidi da je dinamički odziv kontaktnog medija identičan odgovarajućem odzivu konstrukcije. U ovom slučaju vrsta tla ima značajan uzajamni učinak na kontaktni kontinuum i na konstrukciju (tablica 5.).

U području od srednje krutog tla do mekog tla prosječni pomak varira od 53,95 % do 146,24 % za konstrukciju, tj. postaje 2,7 puta veći. Međutim, taj se pomak mijenja od 157,13 % do 631,31 % za kontaktni medij, tj. postaje otprilike četiri puta veći (tablice 4. i 5.).

3. Utjecaj vrste tla na slobodno polje

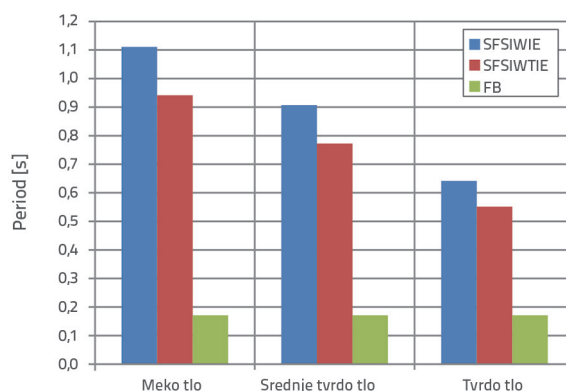
Na slikama od 14. do 16. se vidi da svaka vrsta tla vrlo malo utječe na čvorove slobodnog polja kada su ti čvorovi udaljeni od temelja. Taj numerički proračun potvrđuje hipotezu o kinematičkim uvjetima na bočnim stranicama.

5.3.2. Analiza bez kontaktnih elemenata

U ovom je slučaju analiza interakcije provedena bez korištenja tankoslojnog kontaktnog elementa (SFSIWIE). Razmotrena je savršena veza između okvirne konstrukcije i tla (SFSIWITIE). Na slici 17. prikazan je rezultat u obliku histograma osnovnog perioda vibracije u ovisnosti o vrsti tla. Dobiveni rezultati pokazuju da:

- dinamički odziv okvirne konstrukcije može biti vrlo osjetljiv na model interakcije tla i konstrukcije

- fleksibilnost interakcije SSI dovodi do povećanja osnovnog perioda konstrukcije
- osnovni oblik vibracije ovisi o vrsti tla.



Slika 17. Histogram odnosa perioda i vrste tla

6. Zaključak

Formuliran je novi tankoslojni kontaktni konačni element u svrhu analize problema interakcije tla i konstrukcije u uvjetima dinamičkog opterećenja. U ovom je slučaju analiziran utjecaj i ponašanje sustava tla i okvirne konstrukcije, a njihov odnos je analiziran s kontaktnim elementom i bez njega. Na temelju rezultata istraživanja može se zaključiti sljedeće:

- Novi tankoslojni kontaktni konačni element može se koristiti za rješavanje kontaktnih problema s različitim stupnjevima slobode.

- Osnovni period konstrukcije veći je ako se uzme u obzir interakcija tla i konstrukcije u odnosu na istu konstrukciju s nepomičnom bazom, a barem deset puta je veća kada se ispod temelja nalazi meko tlo.
- Odnos perioda je inherentno svojstvo građevine i njene okoline. Provedeno je precizno ocjenjivanje oblika vibracija, uključujući i učinke fleksibilnosti temelja.
- Kako bi se procijenio točan odziv konstrukcije, utjecaj interakcije konstrukcije i tla, treba se definirati u uvjetima dinamičkog opterećenja.
- Mehanička svojstva i idealizacija temeljnog tla izravno utječu na dinamički odziv kako čvorova okvira tako i čvorova kontakta. Dinamičke karakteristike konstrukcije izgrađene na krutom tlu više su za 53,95 % tj. 146,24 % od dinamičkih karakteristika iste građevine izgrađene na srednje krutom tlu tj. mekom tlu. Osim toga, svojstva tla utječu na odziv kontakta, što iznosi otprilike 157,13 % za srednje kruto tlo i 631,31 % za meko tlo.
- Uvođenjem kontaktnih elemenata primjenom modela SFSIWIE poboljšava se odziv okvira u odnosu na model s nepomičnom bazom (FB).

LITERATURA

- [1] Li, Y.K., Han, X.L., Jing, J.J., Fu, D.L., Qiu, Y.K., Dai, B.C., Lin, C.: Behaviour of Interfaces between Granular Soil, Structure: A State-of-the-art Review, *Open Civil Engineering Journal*, 9 (2015), pp. 213-223.
- [2] Qasim, R.M.: Vibration analysis of frame structure with soil-structure interaction, *Journal of Environmental Science, Engineering*, B4 (2015), pp. 262-281.
- [3] Chen, S.S., Shi J.Y.: Simplified Model for Vertical Vibrations of Surface Foundations. *Journal of Geotechnical, Geoenvironment Engineering*, 132 (2006) 5, pp. 651-655.
- [4] Boudaa, S., Khalfallah, S., Billota E.: Static Interaction Analysis between Beam, Layered soils using a Two-parameter Elastic Foundation, *International Journal of Advanced Structural Engineering*, 11 (2019) 1, pp. 21-30.
- [5] Teodoru, I.B.: Beams on elastic foundation, the simplified continuum approach, *Buletinul Institutului Politehnic Din Iasi*, 4 (2009), pp. 37-45.
- [6] Mayer, M.H., Gaul L: Segment-to-segment contact elements for modelling joint interfaces in finite element analysis. *Mechanical Systems, Signal Processing*, 21 (2007) 2, pp. 724-734.
- [7] Dolicanin, C.B., Nikolic, V.B., Dolicanin, D.C.: Application of finite difference method to study of the phenomenon in the theory of thin plates, *App. Math. Inf., Mech.*, 2 (2010) 1, pp. 29-43.
- [8] Challamel, N., Picandet, V., Collet, B., Michelits, T., Elishakoff, I., Wang, C.M.: Revisiting finite difference, finite element methods applied to structural mechanics within enriched continua, *European Journal of Mechanics-A/Solids*, 53 (2015), pp. 107-120.
- [9] Zienkiewicz, O.C., Taylor, R.L.: *The Finite Element Method for Solid, Structural Mechanics*, Elsevier Butterworth-Heinemann, (2013), pp. 672.
- [10] Smith, I.M., Griffiths, D.V., Margetts, L.: *Programming the Finite Element Method*, *Programming the Finite Element Method*, Wiley, (2013), pp. 682.
- [11] Zubovic, E., Smoljanovic, H., Trogrlic, B.: Stability analysis of dry stone lintels using combined finite-discrete element method, *GRAĐEVINAR*, 67 (2015) 3, pp. 259-268, <https://doi.org/10.14256/JCE.1156.2014>
- [12] Fedelinski, P.: Boundary element method in dynamic analysis of structures with cracks, *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 28 (2004) 9, pp. 1135-1147.
- [13] Gernot, B., Ian, S., Christian, D.: *The Boundary Element Method with Programming: For Engineers, Scientists*, Springer-Verlag, (2008).
- [14] Dinev, D.: Analytical solution of beam on elastic foundation by singularity functions, *Engineering Mechanics*, 19 (2012) 6, pp. 381-392.
- [15] Pulikanti, S., Ramancharla, P.K.: SSI Analysis of Framed Structure Supported on Pile Foundations - With, Without Interface Elements. *Frontiers in Geotechnical Engineering (FGE)*, 3 (2014) 1.
- [16] Coutinho, A., Martins, M.A.D., Sydenstricker, R.M., Alves, J.L.D., Landau, L.: Simple zero thickness kinematically consistent interface elements. *Computers, Geotechnics*, 30 (2003) 5, pp. 347-374.
- [17] Sheng, D., Wriggers, P., Sloan, S.W.: Application of frictional contact in geotechnical engineering. *International Journal of Geomechanics*, 7 (2007) 3, pp. 176-185.
- [18] Colasanti, R.J., Horvath, J.S.: Practical subgrade model for improved soil-structure interaction analysis: software implementation, *Practice Period. Struct.Des. Constr.*, 15 (2010) 4, pp. 278-286.
- [19] Teodoru, I.B., Musat, V.: The modified Vlasov foundation model: An attractive approach for beams resting on elastic support, *Electron. J. Geotech. Eng.*, 15 (2010), pp. 1-13.
- [20] Mahmoud, N.H.A.: *Effects of Nonlinear Soil-Structure Interaction on Lateral Behaviour of Pile Foundations*, Ph.D thesis, Kyoto University, 269 p.
- [21] Ray, R.P., Wolf, A.: Analysis, Design of Piles for Dynamic Loading, *Proceedings of the 18th International Conference on Soil Mechanics, Geotechnical Engineering*, Paris, (2013), pp. 2839-2842.
- [22] Horvath, J.S., Colasanti, R.J.: Practical sub-grade model for improved soil-structure interaction analysis: model development, *Int. J. Geomech.*, 11 (2011) 1, pp. 59-64.
- [23] Horvath, J.S., Colasanti, R.J.: *Soil structure interaction project a practical sub-grade model for improved soil structure interaction analysis: parameter assessment*, Research report, Manhattan College, 2011.
- [24] Shah, H.J., Desai, A.K.: Dynamic analysis of Innovative hybrid wind mill tower with soil structure interaction, *International Journal of Engineering, Technology*, 10 (2018) 5, pp. 380-385.
- [25] Radnic, J., Harapin, A., Matesan, D., Trogrlic, B., Smilovic, M., Grgic, N., Baloevic, G.: Numerical model for static, dynamic analysis of masonry structures, *GRAĐEVINAR*, 63 (2011) 6, pp. 529-546.

- [26] Halkude, S.A, Kalyanshetti, M.G, Kalyani, S.H.: Soil Structure Interaction Effect on Seismic Response of RC Frames with Isolated Footing.
- [27] Goodman, R.E., Taylor, R.L., Brekke, T.L.: A model of the mechanics of joint rock, *J. of Soil Mechanic, Foundation, ASCE*, 99 (1986), pp. 637-660.
- [28] Karkon, M., Karkon, H.: New element formulation for free vibration analysis of Timoshenko beam on Pasternak elastic foundation, *Asian journal of civil engineering*, 17 (2016) 4, pp. 427-442.
- [29] Desai, C.S., Zaman, M.M., Lightner, J.G., Siriwardane, H.J.: Thin-layer element for interfaces, joints. *International Journal for Numerical, Analytical Methods in Geomechanics*, 8 (1984) 1, pp. 19-43.
- [30] Sharma, K.G., Desai, C.S.: Analysis, implementation of thin-layer element for interfaces joints, *Journal of Engineering Mechanics*, 118 (1992) 12, pp. 2442-2462.
- [31] Bhat, R., Warad, S.A.: Seismic Evaluation of RC Building Considering Soil-Structure Interaction, *International Journal Of Science & Technoledge*, 3 (2015) 11, pp. 87-93.
- [32] Dalili, S.M., Huat, B.B.K., Jaafar, M.S., Alkarni, A.: Review of static soil-framed structure interaction. *Interaction, Multiscale Mechanics*, 6 (2013) 1, pp. 51-81.
- [33] Arnold, A.: Loading behaviour of flexible raft foundations in full scale, centrifuge models, *Proceedings of the 18th International Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering, Paris*, (2013), pp. 879-882.
- [34] Melchers, R.E.: Rotational stiffness of shallow footings, *Computers and Geotechnics*, 13 (1992), pp. 21-35.