

Primljen / Received: 10.7.2017.

Ispravljen / Corrected: 25.10.2017.

Prihvaćen / Accepted: 12.12.2017.

Dostupno online / Available online: 10.5.2018.

Metodologija za implementaciju hidrološkog modela otjecanja na malim slivovima

Autori:



Ivana Sušanj, mag. ing. aedif.
Sveučilište u Rijeci
Građevinski fakultet
isusanj@uniri.hr



Prof.dr.sc. Nevenka Ožanić, dipl.ing.građ.
Sveučilište u Rijeci
Građevinski fakultet
nozanic@uniri.hr



Prof.dr.sc. Barbara Karleuša, dipl.ing.građ.
Sveučilište u Rijeci
Građevinski fakultet
barbara.karleusa@uniri.hr

Pregledni rad

Ivana Sušanj, Nevenka Ožanić, Barbara Karleuša

Metodologija za implementaciju hidrološkog modela otjecanja na malim slivovima

U ovom se radu opisuju detaljni koraci metodologije za implementaciju hidrološkog modela otjecanja na malim slivovima temeljenog na primjeni umjetne neuronske mreže (UNM). Motivacija za izradu ovoga rada proizlazi iz utvrđenog nedostatka preciznih koraka i procedure u postojećim metodologijama za implementaciju hidroloških modela temeljenih na upotrebi umjetnih neuronskih mreža. Implementacija hidrološkog modela otjecanja temeljenog na umjetnoj neuronskoj mreži na malom slivu Slanog potoka poslužila je kao temelj za utvrđivanje detaljnih proceduralnih koraka metodologije.

Ključne riječi:

metodologija, hidrološki model otjecanja, umjetna neuronska mreža (UNM), mali sliv

Subject review

Ivana Sušanj, Nevenka Ožanić, Barbara Karleuša

Methodology for developing hydrological discharge model for small catchments

Detailed steps of a hydrological model implementation methodology, as based on application of the artificial neural network (ANN) in small catchments, is presented in this paper. The motivation for this paper arises from the established lack of precise steps and procedures in the existing ANN-based methodologies for development of hydrological models. The implementation of hydrological discharge model based on ANN in a small catchment of Slani potok served as a basis for the development of detailed procedural steps for this methodology.

Key words:

methodology, hydrological discharge model, artificial neural network (ANN), small catchment

Übersichtsarbeit

Ivana Sušanj, Nevenka Ožanić, Barbara Karleuša

Methodologie zur Implementierung des hydrologischen Abflussmodells an kleinen Wasserbecken

In dieser Abhandlung werden die detaillierten Schritte der Methodologie zur Implementierung des hydrologischen Abflussmodells an kleinen Wasserbecken beschrieben, basierend auf der Anwendung künstlicher neuronaler Netze. Die Motivation für die Ausarbeitung dieser Abhandlung geht aus dem festgestellten Mangel an präzisen Schritten und Prozeduren in den bestehenden Methodologien für die Implementierung hydrologischer Modelle basierend auf der Anwendung künstlicher neuronaler Netze hervor. Die Implementierung hydrologischer Abflussmodelle basierend auf der Anwendung künstlicher neuronaler Netze am kleinen Wasserbecken des Slani potok (*Salzbach*) diente als Grundlage für die Festlegung detaillierter prozeduraler Schritte der Methodologie.

Schlüsselwörter:

Methodologie, hydrologisches Abflussmodell, künstliches neuronales Netzwerk, kleines Wasserbecken

1. Uvod

Razvoj hidrološkog modela otjecanja u svrhu predviđanja iziskuje primjenu različitih tehnologija i stručan pristup koji se sastoji od nekoliko temeljnih elemenata, kao što su: dugoročno mjerenje i prikupljanje postojećih podataka, analiza podataka, razvoj, validacija i evaluacija modela [1].

U današnje vrijeme problemi koji nastaju pri razvoju hidroloških modela otjecanja u svrhu predviđanja proizlaze iz njihove raznolikosti i različitog pristupa procesu modeliranja, složenosti, primjene različitih metodologija za razvoj modela, raznolikih metoda za validaciju i evaluaciju modela te drugih različitosti. Hidrološki modeli otjecanja u svrhu predviđanja su uobičajeno razvijeni za specifične velike slivove te se zbog toga ne mogu primijeniti na drugim slivovima. Takvi se modeli primjerice ne mogu koristiti na malim slivovima čiji su rezolucija i vrijeme predviđanja mnogo osjetljiviji. Općenito je prihvaćeno da je vrlo teško predvidjeti hidrološke varijable na malim slivovima zbog kratkog odziva sliva na oborine [2]. U hidrološkom smislu veoma je zahtjevno odrediti razliku između malog i velikog sliva samo na temelju njegove veličine površine. Upravo zbog toga treba uzeti u obzir faktore koji utječu na proces otjecanja sa sliva. Zbog toga je pri definiranju maloga sliva potrebno utvrditi jednoliku raspodjelu oborina na cijeloj površini sliva kao i sudjelovanje cijelokupne površine u procesu otjecanja [3].

U ovom je radu pozornost usmjerena na razvoj detaljne metodologije za implementaciju parametarskih modela temeljenih na upotrebi umjetnih neuronskih mreža (UNM) radi razvoja hidrološkog modela otjecanja na malim slivovima u svrhu predviđanja. Za primjenu takvih vrsta modela nužno je prikupljanje meteoroloških i hidroloških podataka.

Model se UNM-e može opisati kao parametarski model koji je općenito cjelovit (*eng. Lumped*) jer je proces otjecanja tretiran kao crna kutija s ulaznim i izlaznim podacima [4, 5]. Brojna istraživanja i razvijeni hidrološki modeli otjecanja koji se zasnivaju na umjetnim neuronskim mrežama potvrđuju da je to novo, jednostavno i privlačno rješenje za primjenu pri složenim hidrološkim procesima, ali i nedostatak na malim slivovima i izostanak detaljne metodologije za implementaciju hidroloških modela otjecanja na malim slivovima.

2. Metode

Radi utvrđivanja detaljnih koraka metodologije, primjenjene su osnovne smjernice za razvoj hidroloških modela primjenom UNM-a. Uz pomoć glavnih smjernica u osnovnoj metodologiji razvijen je model i implementiran na istražnom području sliva Slani potok. Rezultati uspješne primjene modela na malom slivu Slanog potoka detaljno su prikazani u doktorskom radu [6].

Umjetna neuronska mreža može se definirati kao masivni paralelni distribuirani sustav za obradu podataka koji se sastoji od jednostavnih elemenata i ima prirodnu sklonost pohranjivanja iskustvenog znanja kojim se potom može i koristiti, a sličan je mozgu po načinu na koji stječe i pohranjuje znanje. Neuronska

mreža znanje stječe procesom učenja, a pohranjuje ga pomoću intenziteta međuneuronskih mreža [7]. Razlog zbog kojeg je izabrana ovakva vrsta modela za primjenu na malom slivu jest njegov brz i efikasan odziv na predviđanje hidroloških varijabli. Spomenute karakteristike vrlo su važne ako se uzme u obzir vrlo brzo odvijanje procesa otjecanja nakon palih oborina na malom slivu.

Upotreba UNM-a u području hidrologije može se smatrati relativno novom jer je prva primjena zabilježena u radovima koje su objavili znanstvenici Daniell [8], French i sur. [9] te potom Hall i Minns [10]. Od tada pa do danas UNM-e su pronašle veliku primjenu u području hidrologije, a naročito u izradi modela koji opisuju odnos oborina i otjecanja. U tome su pridonijeli Half i suradnici upotrebom UNM-a u predviđanju hidrograma, a Rayman i Sunil Kumar [11] predstavljaju model procjene mjesečnih oborina. Od tada pa do danas upotreba UNM-a u području hidrologije je sve učestalija.

Među značajnijim upotrebama UNM-a u hidrologiji valja spomenuti one za potrebe predviđanja poplava koje su objavili u svom radu Openshaw i sur. [12], See i Openshaw [13], Dawson i Wilby [14], Maier i Dandy [15] i mnogi drugi. U spomenutim radovima prikazani su uspješni raznovrsni hidrološki modeli otjecanja za velike slivove, a Jayawardena i Fernando [16] prvi su primijenili UNM na malom slivu [17, 18].

Općenito, osnovni koraci metodologije za implementaciju hidroloških modela čine temelj za razvoj metodologije implementacije modela temeljenih na UNM-a. Iako znanstvenici Maier i Dandy u 2000. [19] i Maier i sur. u 2010. [20] u svojim radovima ističu dobra svojstva predviđanja modela umjetnih neuronskih mreža, u isto vrijeme naglašavaju nedostatak u sustavnom pristupu razvoju modela umjetnih neuronskih mreža u hidrologiji. Zbog nedostatka definirane metodologije za razvoj hidroloških modela temeljenih na umjetnoj neuronskoj mreži, u mnogo se slučajeva potpuno proizvoljno odabire primjerice broj ulaza u mrežu, podjela podataka, izbor ustroja, aktivacijskih funkcija i broj skrivenih neurona [21]. Uz nedostatak definirane metodologije uočljiva je i nedosljednost u postupku ocjenjivanja kvalitete modela, pri čemu se obično primjenjuju i one koje nisu takvoj vrsti modela primjerene. Osnovne smjernice za razvoj hidrološkog modela temeljenog na UNM-i daju Dawson i Wilby u [4], Maier i sur. u [20] kao i Matić i sur. u [22]. Spomenute metodologije implementacije modela UNM-e slične su te opisuju jednake temeljne korake ne omogućavajući detaljnu i ujednačenu implementaciju UNM-a.

2.1. Implementacija umjetne neuronske mreže

Umjetne neuronske mreže su matematički parametarski tip modela za čiju je implementaciju potrebna veća količina prikupljenog skupa podataka koji će se koristiti za ulazni i izlazni sloj modela. Prikupljeni skup podataka mora biti podijeljen u tri podskupa:

- podskup za treniranje
- podskup za validaciju
- podskup za evaluaciju.

Prvi podskup se koristi u procesu treniranja modela umjetne neuronske mreže kad dolazi do korekcije optimizacijskog parametra radi optimalnog povezivanja ulaznog i izlaznog sloja modela. Podskupovi podataka za validaciju i evalvaciju se koriste u procesu ocjenjivanja kvalitete modela. Umjetne neuronske mreže imaju svojstvo univerzalnog aproksimatora koji im omogućava da aproksimiraju bilo koju zadanu kontinuiranu funkciju s relativnim stupnjem točnosti. Bez obzira na spomenuto svojstvo, to ne znači da one mogu dati točan odziv na ulazne podatke koji nisu implementirani u model u procesu treniranja. Zbog toga je potrebno, prije nego što je model UNM-e prihvaćen kao model jednog sustava, provesti proces validacije i evalvacije modela kako bi se ispitala njegova generalizacijska svojstva.

2.1.1. Ustroj umjetne neuronske mreže

Osnovna strukturalna jedinica UNM-e je umjetni neuron. Umjetni se neuron može prikazati sljedećim matematičkim izrazima [7] kao što su (1) i (2).

$$o_k = \varphi(v_k) \quad (1)$$

$$v_k = \sum_{n=0}^m (w_k \cdot x_k)_n \quad (2)$$

gdje je o_k odziv neurona u k -tom koraku računanja, v_k je suma umnožaka ulaznih podataka i optimizacijskog parametra w_k , x_k je vrijednost ulaznih podataka u neuronu u k -tom koraku računanja, i φ je aktivacijska funkcija neurona.

Implementacija modela UNM-e sastoji se od:

- odabira adekvatnog ustroja UNM-e i algoritma treniranja
- procedure treniranja.

Implementacija započinje odabirom mezostrukture UNM-e, što se odnosi na tip mreže odnosno ustroj unutar koje će biti model razvijen [20]. Najčešći tipovi mreža koji se koriste pri razvoju hidroloških modela otjecanja su:

- višeslojni perceptron (eng. *Multilayer perceptron* - MLP)
- mreže radijalne baze (eng. *Radial Basis Function* - RBF)
- samoorganizirajuće mape (eng. *Self-Organising Map* - SOM)
- vektorsko upravljanje strojevima (eng. *Support Vector Machines* - SVM) [7, 21].

Ustroj višeslojnog perceptrona (MLP) smatra se najboljim izborom za razvoj modela temeljenih na prikupljenim skupovima podataka [17].

MLP je statička (s djelovanjem prema naprijed) neuronska mreža koja se sastoji od minimalno tri sloja:

- ulaznog
- skrivenog
- izlaznog.

Svaki se sloj modela sastoji od neurona koji su povezani aktivacijskim funkcijama. Aktivacijske funkcije mogu biti među ostalima:

- linearna
- ograničena linearna
- unipolarna sigmodijalna
- bipolarna sigmodijalna
- hiperbolična tangencijalna [21, 14].

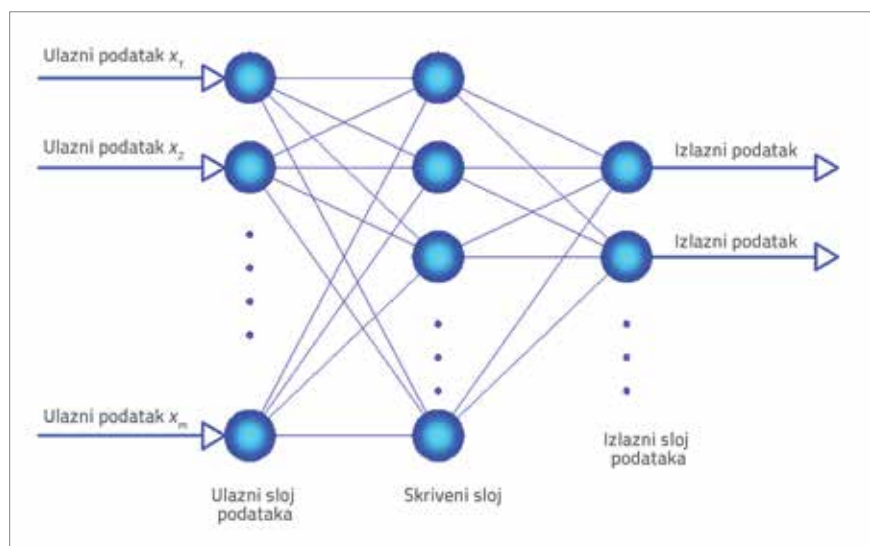
Njihova zadaća je da provode podatke kroz slojeve mreže od ulaznog prema izlaznom sloju.

Broj neurona u ulaznom i izlaznom sloju definiran je brojem odabranih podataka, a broj neurona u skrivenom sloju treba biti optimiziran radi izbjegavanja gubitka generalizacijskih svojstava modela [21].

MLP strukturu modela prvi je predstavio Werbos 1974. godine [23] u svojoj disertaciji, a njezin konačan izgled dali su Rumelhart, Hinton i Williams 1986. godine [24], koji su predstavili primjenu spomenute strukture, klasifikaciju i primjenu na realnom problemu. Model strukture MLP-a prikazan je na slici 1.

Da bi se razvio hidrološki model predviđanja otjecanja koji je temeljen na UNM-i, iznimno je važno da se ulazni sloj podataka sastoji od minimalno deset prethodnih podataka u svakom retku ulaznog podatka i izlaznog sloja s vremenskim korakom predviđanja. Prethodni podaci mogu se definirati kao mjereni podaci iz prijašnjih vremenskih koraka.

Postupak treniranja mreže može se opisati kao iterativni postupak (korak računanja) prilagođavanja optimizacijskih parametara mreže koji se provode prema određenom algoritmu



Slika 1. Model višeslojnog perceptrona (MLP) [17]

pritom minimizirajući pogrešku odziva modela naspram zadanih odnosno mjerenih podataka. Postupak prilagođavanja optimizacijskog parametra provodi se uz pomoć algoritma treniranja koji u svakoj iteraciji računanja smanjuju pogrešku odziva modela. Prilagođavanje optimizacijskog koeficijenta definirano je izrazom (3) [7]:

$$w_{k+1} = w_k + \Delta w_k \quad (3)$$

gdje je w_{k+1} optimizacijski parametar $k+1$ om koraku računanja (iteraciji) i Δw_k je mjera promjene definirana algoritmom treniranja. Algoritmi treniranja se mogu podijeliti u tri grupe:

- lokalni algoritmi prvoga reda (algoritam propagacije pogreške unatrag (generalizirano delta-pravilo))
- lokalni algoritmi drugoga reda (Newtonov algoritam, takozvani Newtonov algoritam, Levenberg-Marquardtov (LM) algoritam)
- globalni algoritmi [21, 25].

LM algoritam je najbrži i najprikladniji za treniranje kod jednostavnijih struktura [26] MLP-a te je posebno razvijen za treniranje UNM-a. Zbog spomenutih karakteristika, taj algoritam se predlaže primijeniti pri razvoju hidrološkog modela predviđanja otjecanja na malim slivovima. Upotrebom lokalnog algoritma drugoga reda, mjera promjene Δw_k je izračunana preko kvadratne aproksimacije funkcije pogreške, izražene preko Hessianove matrice. S obzirom na to da Hessianova matrica nije singularna te dovoljnog ranga, njena upotreba pri treniranju UNM-a nije moguća jer je u tom slučaju nerješiva. Tada se preporučuje metoda konjugiranog gradijenta (eng. *Conjugate gradient*), drugog naziva Levenberg-Marquardtov algoritam (LM) koji mjeru promjene Δw_k temelji na jednostavnijoj Jacobijeva matrici. Tada mjeru promjene Δw_k možemo definirati izrazom (4):

$$\Delta w_k = -\left(\mathbf{J}^T \cdot \mathbf{J} + \mu \cdot \mathbf{I}\right)^{-1} \times \mathbf{J}^T \cdot \mathbf{e} \quad (4)$$

gdje je \mathbf{J} Jacobijeva matrica derivacije vektora pogreške \mathbf{e} po prilagodljivim parametrima mreže, \mathbf{J}^T transponirana Jacobijeva matrica, a μ kombinacijski koeficijent Levenberg – Marquardtova algoritma.

Na kraju svakog koraka računanja suma se kvadratne funkcije pogreške (SSE) računa prema izrazu (5) [5]:

$$SSE = \sum_{k=1}^n (e_k)^2 = \sum_{k=1}^n (d_k - o_k)^2 \quad (5)$$

gdje je e_k suma kvadratne funkcije pogreške u k -tom koraku računanja, d_k je željeni odziv mreže u k -tom koraku računanja i o_k odziv neurona mreže u k -tom koraku računanja.

Kako bi se upravljalo povećanjem ili smanjenjem sume kvadrata funkcije pogreške SSE prema izrazu (5), kombinacijski koeficijent μ se množi odnosno dijeli s faktorom konstantnog iznosa (na primjer β u granicama $[0,1]$), a samo povećanje ili smanjenje

kombinacijskog koeficijenta μ definira i promjenu LM algoritma prema algoritmu propagacije pogreške unatrag ili prema Gauss-Newtonovom algoritmu. Tako za smanjenje kombinacijskog koeficijenta μ , LM algoritam postaje sve sličniji Gauss-Newtonovom algoritmu, a pri rastu parametra postaje sve sličniji algoritmu propagacije pogreške unatrag (BP). Promjena LM algoritma ovisi o kombinacijskom koeficijentu μ [21].

3. Rezultati i rasprava

Kao temelj za razvoj preciznih koraka metodologije za implementaciju hidrološkog modela predviđanja otjecanja koji se zasniva na upotrebi UNM-e, izabran je sliv Slanog potoka (Republika Hrvatska). U disertaciji [6] je detaljno opisan razvoj modela, a u ovom je radu prikazan kratak opis i rezultati.

Kao dio većega sliva rijeke Dubračine, sliv Slanog potoka može se svojom topografskom površinom od otprilike 2 km² smatrati malim slivom. Nadmorska visina sliva proteže se od 50 do 700 m, a srednji pad sliva je 22 %. Površinu sliva Slanog potoka možemo podijeliti na dvije površine: donji dio (0,9 km²) koji tvore pretežno flišni sedimenti (većinom silit) dok je gornji dio pretežito krš. Donji dio značajno pridonosi površinskom otjecanju sa sliva u usporedbi s gornjim dijelom.

Radi razvoja hidrološkog modela predviđanja otjecanja, 2012. godine je uspostavljeno kontinuirano mjerenje hidroloških i meteoroloških parametara. Razine vode u koritu vodotoka Slanog potoka mjerene su tlačnom sondom tipa miniDiver (DI502 – 20 m) proizvođača Schlumberger Water Services na utoku u rijeku Dubračinu, s vremenskim korakom od dvije minute. Meteorološki parametri mjereni su automatskim meteorološkim uređajem Vantage Pro 2 proizvođača Davis Instruments Corporation s vremenskim korakom od dvije minute. Nakon tri godine mjerenja, podaci iz 2013. godine su odabrani kao reprezentativni za razvoj modela zbog pojave značajnih oborina tijekom te godine. Skup podataka se sastoji od 132 772 meteorološka i hidrološka podatka. Za razvoj modela temeljenog na UNM-i odabrani su sljedeći meteorološki podaci za ulazni sloj modela:

- količina oborine
- intenzitet oborine
- temperatura zraka
- tlak zraka
- vlažnost zraka
- solarna radijacija (insolacija)
- smjer vjetrova
- brzina vjetrova.

Podaci o razinama vode u vodotoku korišteni su za izlazni sloj modela, odnosno podatke koje se želi predviđati. Odabrani podaci za model analizom su pokazali direktnu ili indirektnu povezanost s procesom otjecanja sa sliva. Podaci su za potrebe implementacije modela temeljenog na UNM-i podijeljeni u skupove za treniranje, validaciju i evaluaciju prema omjeru 70 % (92948 podataka) za treniranje, 15 % (19 912 podataka) za validaciju i 15 % (19 912 podataka) za evaluaciju modela.

Pripremljeni podaci mjerenja implementirani su u model UNM-u strukture višeslojnog perceptrona sa sigmodijalnom i linearnom aktivacijskom funkcijom te LM algoritmom za treniranje. Model je razvijen uz pomoć programskog paketa MATLAB (MathWorks, Natick, Massachusetts, SAD).

Ulazni sloj modela se sastoji od matrice u kojoj se u svakom retku nalaze meteorološki podaci te deset prijašnjih mjerenja kako bi se modelu omogućilo uvid u prijašnje stanje sliva. Skriveni sloj se sastoji od deset neurona, a izlazni sloj od podataka na razini vode s obzirom na vremenski korak predviđanja. Model je razvijen za tri vremenska koraka predviđanja:

- S15 ($\Delta t = 30$ minuta)
- S30 ($\Delta t = 60$ minuta = 1 sat)
- S60 ($\Delta t = 120$ minuta = 2 sata) koji su nakon treniranja modela validirani i evalvirani vizualnim i numeričkim metodama za ocjenu kvalitete modela.

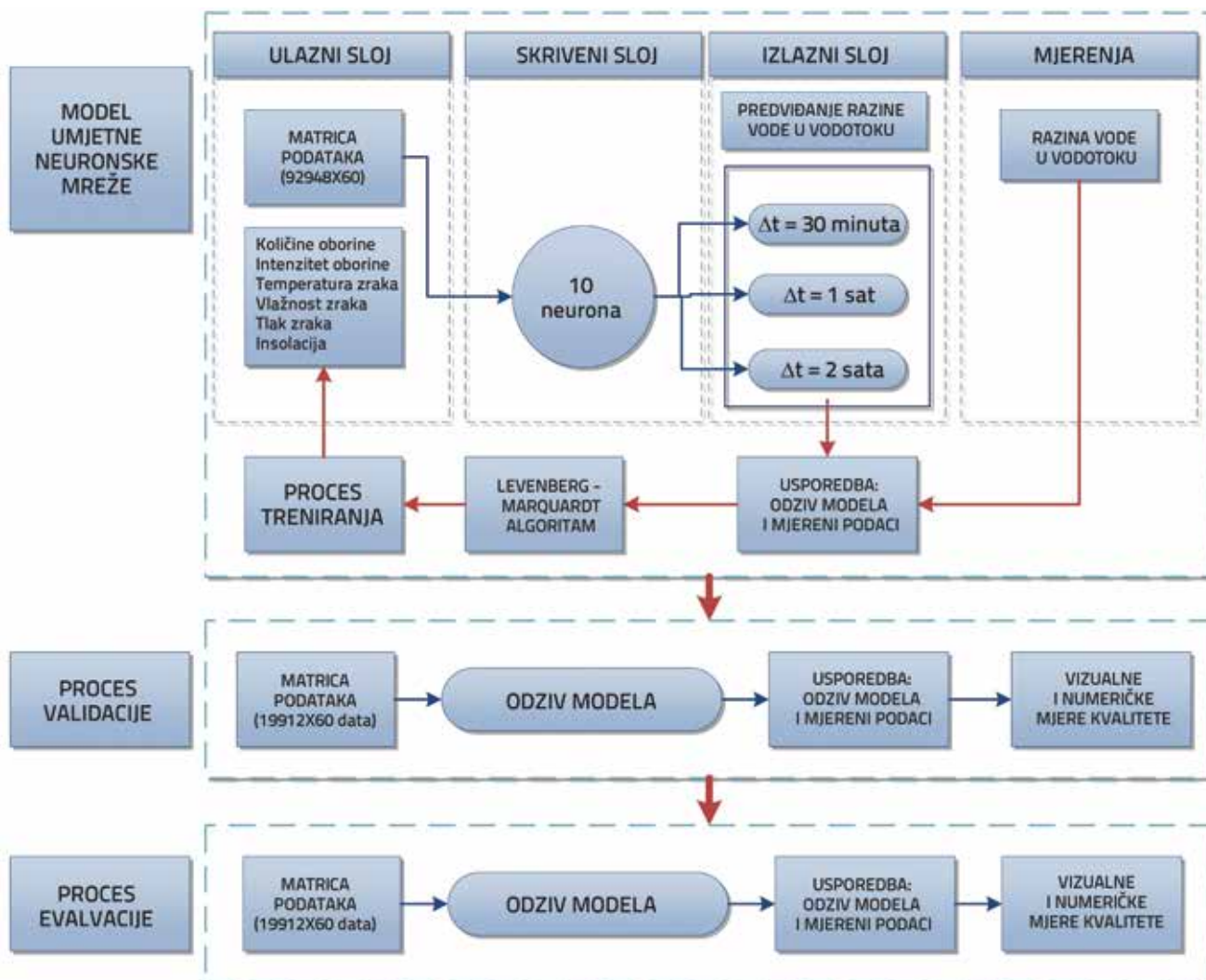
Shematski prikaz ustroja hidrološkog modela UNM-e za predviđanje razina vode u vodotoku prikazan je na slici 2.

Rezultati procesa validacije i evaluacije modela prikazani su u tablici 1.

Prema rezultatima procesa numeričke validacije i evaluacije modela, svi modeli su ocijenjeni kao "vrlo dobri" (kriteriji za ocjenu kvalitete modela [6]) za sve vremenske korake predviđanja.

Uspješno razvijeni model za mali sliv Slanoga potoka poslužio je kao temelj za definiranje preciznih koraka metodologije za implementaciju hidrološkog modela otjecanja na malim slivovima koji se zasniva na umjetnoj neuronskoj mreži.

Tijekom razvoja modela uočen je nedostatak precizne metodologije i općenito procedure za razvoj hidroloških modela temeljenih na umjetnim neuronskim mrežama. Stoga je radi poboljšanja kvalitete modela općenito te ujednačavanja procedure upotrebe takvih mreža za razvoj hidroloških modela otjecanja za male slivove osobito važno definirati precizne korake metodologije implementacije takve vrste modela. Detaljno će se opisati koraci implementacije hidrološkog modela otjecanja na malim slivovima koji se zasniva na umjetnoj neuronskoj mreži.

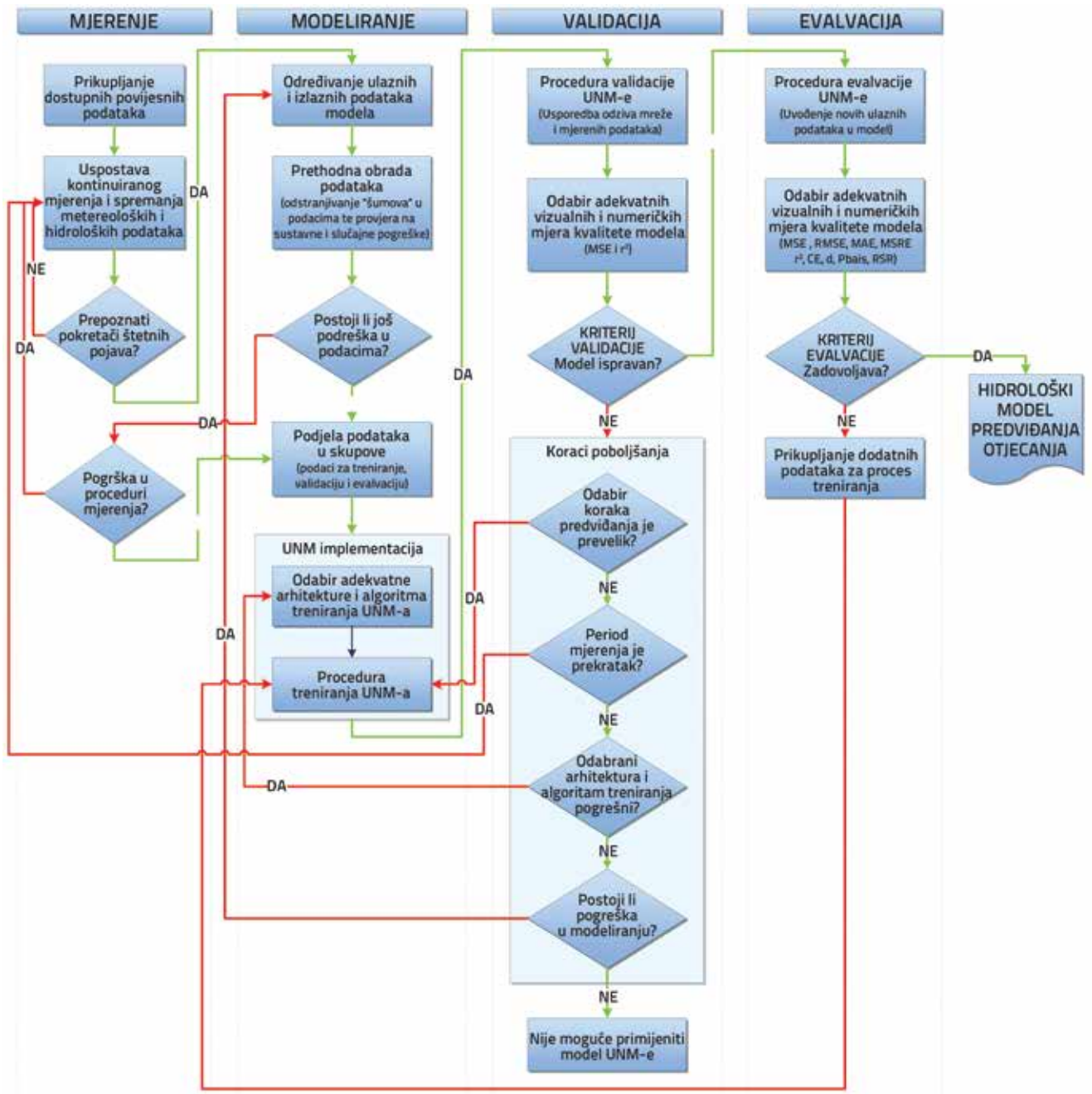


Slika 2. Shematski prikaz hidrološkog modela predviđanja otjecanja temeljenog na UNM-i

Tablica 1. Rezultati numeričke validacije i evaluacije hidrološkog modela predviđanja otjecanja temeljenog na UNM-i

Korak predviđanja	Validacija		Evaluacija			
	MSE	r ²	MSE	MSRE	CE	r ²
S15 (t +30 minuta)	0,603	0,96	5,737	0,0003	0,833	0,902
S30 (t+60 minuta)	1,15	0,94	9,359	0,0005	0,728	0,849
S60 (t+120 minuta)	1,391	0,932	11,656	0,0007	0,661	0,809

Srednja kvadratna pogreška (MSE); Koeficijent određenosti (r²); Srednja kvadratna relativna pogreška (MSRE); Koeficijent učinkovitosti (CE)



Slika 3. Dijagram toka metodologije za implementaciju hidrološkog modela otjecanja na malim slivovima temeljenog na UNM-i

3.1. Metodologija za razvoj hidrološkog modela na malom slivu

Implementacija modela UNM-e za razvoj hidrološkog modela predviđanja otjecanja za mali sliv Slanog potoka provedena je na temelju osnovne metodologije koji je predložio Maiera i sur. (2010.) [22]. Razvoj spomenutog modela omogućio je definiranje preciznih proceduralnih koraka za razvoj takve vrste modela. Metodologija prikazana dijagramom toka na slici 3. podijeljena je na četiri glavne grupe koraka:

- mjerenje
- modeliranje
- validacija
- evaluacija.

Svaka grupa koraka metodologije ovdje će se detaljno objasniti.

3.2. Mjerenje

3.2.1. Prikupljanje dostupnih prijašnjih podataka

Na samom početku važno je prikupiti sve dostupne podatke vezane za istražno područje provođenjem prethodnog istraživanja. Prethodno istraživanje obuhvaća prikupljanje svih dotadašnjih podataka (klimatološka, geološka, hidrogeološka i hidrološka istraživanja) te kartografske prikaze vezane za predmetni sliv. Potom je potrebno utvrditi trenutačno stanje slivnog područja te samog vodotoka, analizirati fizikalne značajke sliva i čimbenike otjecanja. Ova procedura omogućava istraživaču uvid u problematiku i definira nastavak istraživanja.

3.2.2. Uspostava kontinuiranog mjerenja i spremanja meteoroloških i hidroloških podataka

Na osnovi provedenih prethodnih istraživanja te prikupljanja dostupnih dotadašnjih podataka moguće je odrediti mjesto postavljanja mjernih uređaja i vremenski korak mjerenja meteoroloških ili hidroloških podataka za istražni sliv. Na malim slivovima predlažu se postaviti minimalno dva automatska meteorološka uređaja na prostoru sliva te odrediti minimalno jedan mjerni profil u vodotoku za kontinuirano mjerenje razina vode. Dva meteorološka uređaja trebaju biti radi utvrđivanja jednolike raspodjele oborina na površini sliva. Mjerenja meteoroloških i hidroloških podataka na malom slivu treba provoditi kontinuirano s odgovarajućim vremenskim korakom od minimalno $t = 1$ minuta do maksimalno $t = 10$ minuta. Na taj bi se način mjerenjima obuhvatile sve promjene meteoroloških i hidroloških podataka koje se na malim slivovima zbivaju u kratkim razdobljima. Odgovarajući vremenski korak mjerenja može se odrediti prethodnim usporednim pokusnim mjerenjima s različitim vremenskim korakom pohrane podataka te njihovom usporedbom točnosti. Treba napomenuti da je uspostava kontinuiranog mjerenja meteoroloških i hidroloških parametara prijeko potrebno za razvoj modela temeljenog na UNM-i

3.2.3. Prepoznavanje pokretača procesa otjecanja

Nakon uspostave kontinuiranih mjerenja meteoroloških i hidroloških podataka, potrebno je također i kontinuirano pratiti raznovrsnost prikupljenih podataka. U području hidroloških istraživanja posebno je važna dužina niza podataka koji se analiziraju te se njihovo značenje određuje prema odlikama niza. Smatra se da je niz od 30 godina mjerenja dovoljno dug za relevantne analize podataka. S druge strane, kada se mjere meteorološki i hidrološki podaci na malim slivovima, u kratkom razdoblju od nekoliko godina, cilj je mjerenjima postići što veću raznovrsnost. Za izradu hidrološkog modela otjecanja značajne podatke čine oni koji su povezani s procesom otjecanja, kao što su to primjerice količina oborina, intenzitet oborine, temperatura zraka, vlažnost zraka, tlak zraka, insolacija i slično. Poželjno je da se niz prikupljenih podataka sastoji od minimalno desetak značajnih oborinskih epizoda iz različitih godišnjih doba godine kako bi se mogli analizirati uvjeti otjecanja. Mjerenja se prije nastavka razvoja modela trebaju provoditi do trenutka kada su prepoznati pokretači štetnih pojava te utvrđen utjecaj pojedinih meteoroloških parametara na proces otjecanja sa sliva.

3.3. Modeliranje

3.3.1. Određivanje ulaznih i izlaznih podataka modela

Nakon što su prepoznati pokretači štetnih pojava na istražnom slivu, treba odrediti ulazne i izlazne podatke modela, odnosno odabrati one podatke koji su fizikalnim procesom povezani odnosno utječu na izlazne podatke modela. Primjer je meteorološki podatak količine oborine povezan s procesom otjecanja sa sliva koji uzrokuje povećanje razine vode u vodotoku. Radi razvoja hidrološkog modela otjecanja, ulazne podatke čine meteorološki podaci (količina oborine, intenzitet oborine, temperatura zraka, vlažnost zraka, tlak zraka, insolacija itd.), a izlazne podatke hidrološki podaci (razina vode ili protok).

3.3.2. Prethodna obrada podataka

Podatke koji su prikupljeni mjernim uređajima te odabrani za razvoj modela najprije treba obraditi. U prethodnu obradu podataka ulazi otklanjanje pogrešaka i takozvanih šumova podataka. Pogreške u podacima mogu biti sustavne i slučajne pogreške mjerenja te je takve podatke potrebno otkloniti iz skupa podataka. Kada je vremenski korak mjerenja kratak ($t = 2$ minute), u podacima nastaju takozvani šumovi, odnosno smetnje koje su vidljive u obliku minimalnih oscilacija oko srednje vrijednosti izmjerene podatka. Smetnje u podacima također treba, kao i pogreške mjerenja, otkloniti kako model ne bi bio nepotrebno opterećen oscilacijom podataka koja ni na koji način ne pridonosi točnosti modela. Otklanjanje smetnji u podacima moguće je provesti primjenom lokalne nelinearne regresijske metode (eng. *Loess method*) na intervalu od 10 podataka.

3.3.3. Postojanje dodatnih pogrešaka u podacima

Ako su nakon sveobuhvatne obrade podataka, otklanjanjem pogreški mjerenja i smetnji u podacima, vidljive pogreške u mjerenim podacima, postoji mogućnost da procedura mjerenja nije primjerena, odnosno da postoji pogreška u proceduri. Ako je utvrđena pogreška u proceduri mjerenja, uputno je preispitati proceduru pod kojom su uspostavljena mjerenja te uspostaviti nova mjerenja određenih meteoroloških i/ili hidroloških podataka. Ako se nakon obrade podataka, otklanjanjem pogreški mjerenja i smetnji u podacima, ne uočavaju dodatne pogreške, može se prijeći na sljedeći korak procedure u kojem se podaci dijele u skupove.

3.3.4. Podjela podataka u skupove

Prethodno pripremljene podatke koji čine ulazne i izlazne podatke modela umjetne neuronske mreže potrebno je podijeliti u skupove. Za razvoj modela umjetne neuronske mreže potrebno je razdijeliti podatke u tri skupa koji čine skup podataka za treniranje, validaciju i evaluaciju. Omjer razdijele podataka čine 70 % od ukupnog broja podataka za potrebe treniranja, 15 % podataka za potrebe validacije te 15 % podataka za potrebe evaluacije, što je uobičajeno za ovakvu vrstu modela. Nakon što su utvrđeni skupovi podataka, prelazi se na implementaciju umjetne neuronske mreže na pripremljene podatke. Broj prikupljenih podataka varira s obzirom na vremenski period mjerenja i vremenski korak mjerenja. Proces validacije i evaluacije modela utvrdit će je li broj podataka dovoljno dug te raznovrstan.

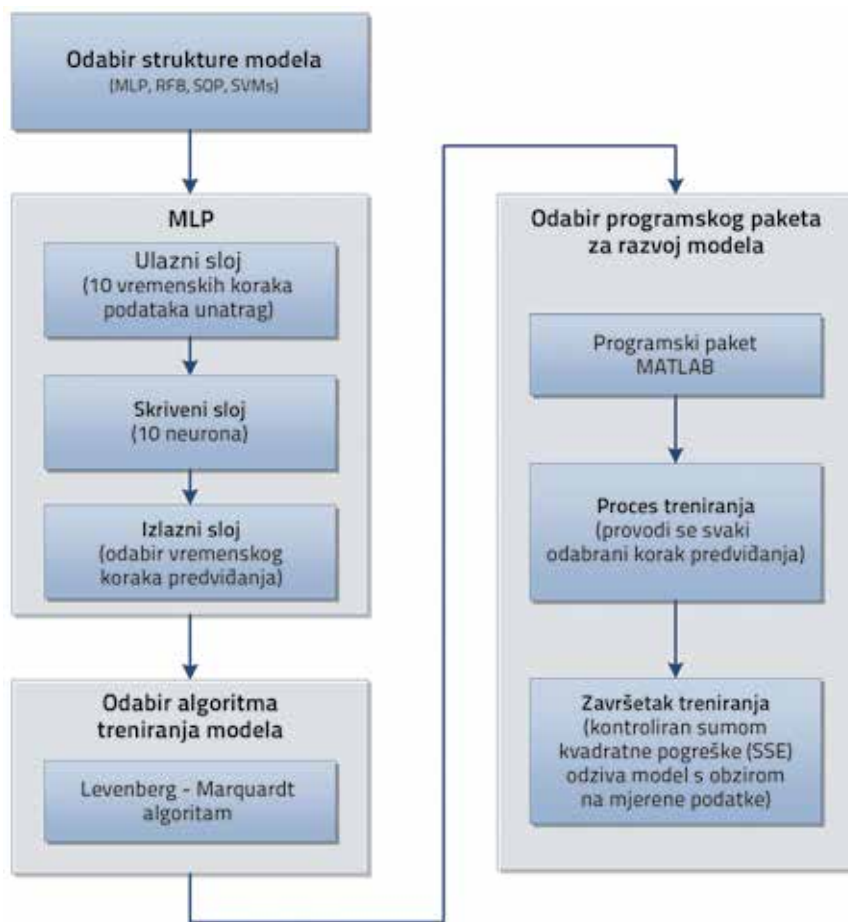
3.3.5. Implementacija umjetne neuronske mreže

Implementacija umjetne neuronske mreže na prethodno obrađene te razdijeljene podatke u skupove za potrebe razvoja modela otjecanja sastoji se od odabira strukture umjetne neuronske mreže, odabira algoritma treniranja s ciljem treniranja modela na unaprijed određeni vremenski korak predviđanja te odabira programskog paketa u kojem će model biti razvijen. Implementacija modela UNM-e prikazana je dijagramom toka na slici 4.

Prvi korak procedure čini adekvatan odabir strukture umjetne neuronske mreže. Iako se za potrebe razvoja hidroloških modela koriste različite strukture kao što su primjerice višeslojni perceptron (MLP),

mreže radijalne baze (RFB), samoorganizirajuće mape (SOM) te druge, za razvoj hidroloških modela otjecanja najučestalije se koristi struktura višeslojnog perceptrona. Struktura višeslojnog perceptrona se zato i u slučaju razvoja modela predviđanja otjecanja na malim slivovima također preporuča kao početni odabir koji se s obzirom na daljnji razvoj i kvalitetu modela može promijeniti.

Sljedeći je korak pri implementaciji umjetne neuronske mreže, ako je izabrana struktura višeslojnog perceptrona koja se sastoji od ulaznog, skrivenog i izlaznog sloja, slaganje numeričke matrice ulaznih podataka, odabir broja neurona u skrivenom sloju te odabir vremenskog koraka predviđanja izlaznog podatka. S obzirom na to da je cilj razviti model predviđanja otjecanja na malom slivu, iznimno je važno u svaki redak matrice ulaznog sloja uvrstiti minimalno deset prijašnjih koraka mjerenja, što će modelu u procesu treniranja dati uvid u stanje meteoroloških podataka u određenom prethodnom razdoblju. Skriveni sloj čine neuroni koji u procesu treniranja aktivacijskim funkcijama pokreću podatke umnožene s optimizacijskim parametrom iz ulaznog prema izlaznom sloju. Kapacitet treniranja modela ovisi o vrsti aktivacijskih funkcija i broju neurona. Za razvoj hidrološkog modela predviđanja otjecanja na malim slivovima uputno je koristiti minimalno 10 neurona koji posjeduju



Slika 4. Dijagram toka implementacije umjetne neuronske mreže

nelinearne aktivacijske funkcije. Korištenje većeg broja neurona ne mora nužno povećati kvalitetu modela, pa s odabirom broja neurona treba biti oprezan. Povećanje broja neurona, kada je u modelu implementirana značajna količina podataka, može dovesti do usporenja u procesu treniranja. Ne postoji direktno pravilo za odabir broja neurona pa se stoga predlaže da se u početnoj fazi razvoja modela koristi 10 neurona čiji se broj s obzirom na tijek i kvalitetu modela može korigirati.

Odabrati odgovarajući algoritam treniranja, koji upravlja optimizacijskim koeficijentima umjetne neuronske mreže, vrlo je važno sa stajališta efikasnog i brzog treniranja modela. Pri razvoju modela umjetne neuronske mreže koriste se algoritmi prvoga i drugoga reda. Algoritmi drugoga reda se bolje prilagođavaju nelinearnim problemima koji su prisutni u slučaju razvoja hidroloških modela otjecanja. Levenberg-Marquardtov algoritam je algoritam drugoga reda te je posebno razvijen za potrebe treniranja umjetnih neuronskih mreža, a karakterizira ga velika brzina i preciznost u prilagodbi nelinearnim problemima. Upravo iz tih razloga za treniranje hidrološkog modela predviđanja otjecanja na malim slivovima predlaže se upotreba Levenberg-Marquardtova algoritma.

Nakon definiranja strukture modela, algoritma treniranja te odabranog koraka predviđanja, potrebno je odabrati programski paket u kojem će se model programirati. Danas je na raspolaganju velik broj već pripremljenih programskih paketa koji imaju već unaprijed pripremljene strukture umjetne neuronske mreže i pridružene algoritme treniranja kod kojih nije moguće imati uvid u cijeli proces rada modela te pojedine elemente nije moguće mijenjati. Stoga je bolje koristiti programske pakete u kojima se može programirati model u cijelosti. Jedan od programskih paketa koji ima takvu mogućnost je MATLAB (MathWorks). On ima implementirane zasebne elemente umjetnih neuronskih mreža kao što su vrste i elementi strukture, algoritmi treniranja, načini treniranja, validacija i evaluacija modela, pa se u procesu programiranja modela može definirati svaki element strukture zasebno te u potpunosti upravljati modelom. Stoga se preporučuje upotrijebiti taj programski paket ili neki drugi koji također ima mogućnosti programiranja.

Nakon što je pripremljen programski kod modela umjetne neuronske mreže, u model se implementira skup podataka pripremljen za proces treniranja (70 % ukupnih podataka). U procesu treniranja dolazi do promjena optimizacijskog parametra pod utjecajem algoritma treniranja u više iteracija izračuna. Cilj procesa je optimalno treniranje modela radi izbjegavanja stanja pretreniranosti koji dovodi do gubitka generalizirajućih svojstava modela. Iako ne postoji jasno definiran način za izračun broja iteracija kroz koje model treba proći da bi bio optimalno treniran, jedan od sigurnih načina je da zaustavljanje procesa treniranja nastupa u trenutku kada suma kvadratne pogreške (SSE) odziva modela naspram mjerenih podataka dosegne iznos prilikom kojeg ne dolazi do povećanja sume kvadratne pogreške odziva modela u procesu validacije. Po završetku procesa treniranja hidrološkog modela predviđanja otjecanja prelazi se na procese validacije i evaluacije modela.

3.4. Validacija

3.4.1. Procedura validacije modela umjetne neuronske mreže

S procedurom validacije, koja se definira kao procjena kvalitete odziva modela za vrijeme treniranja modela, nastupa se nakon što je model završio proces treniranja. Razvijeni model se provjerava već pripremljenim skupom ulaznih i izlaznih podataka u tu svrhu (15 % podataka) tako da se odziv modela uspoređuje s mjerenim podacima [26, 28].

3.4.2. Odabir adekvatnih vizualnih i numeričkih mjera kvalitete

Odziv koji je model dao na temelju validacijskog skupa podataka potrebno je ocijeniti vizualno te primjenom numeričkih mjera kvalitete modela. Vizualnom usporedbom odziva modela i mjerenih podataka moguće je identificirati pogreške modela koje će se potom ocijeniti numeričkim mjerama kvalitete modela. Za potrebe razvoja hidrološkog modela otjecanja na malim slivovima uputno je koristiti barem jednu apsolutnu (srednja kvadratna pogreška (MSE)) i jednu relativnu (koeficijent određenosti (r^2)) mjeru kvalitete modela, alo nije isključena upotreba i drugih mjera kvalitete koja će s obzirom na veličinu niza dati jasniji uvid u rasporostranjenost pogreški modela.

3.4.3. Kriterij validacije

Rezultate numeričkih mjera kvalitete modela prilikom procesa validacije potrebno je ocijeniti. S obzirom na to da se danas pri validaciji modela temeljenih na umjetnim neuronskim mrežama koristi cijeli niz različitih mjera kvalitete modela i neke od njih imaju, a druge nemaju, jasno određene kriterije za ocjenu modela, od presudne je važnosti pristupiti rezultatima mjera kvalitete modela oprezno te rezultate promatrati objektivno i kritički.

Ako model zadovolji kriterije validacije, moguće je započeti sljedeći korak u razvoju modela. Međutim, ako model nije zadovoljio kriterije validacije pa je ocijenjen kao "loš", može se provesti nekoliko mogućih koraka radi poboljšanja modela. Loš rezultat ocjene kvalitete modela pri procesu validacije može biti izazvan odabranim prevelikim vremenskim korakom predviđanja prilikom implementacije umjetne neuronske mreže, pa se poboljšanje može postići skraćivanjem vremena predviđanja, a onda se ponavlja cijela procedura treniranja modela te validacije modela. Ako smanjenje vremenskog koraka predviđanja nije rezultiralo poboljšanjem kvalitete modela, vjerojatno je za izradu modela, a posebice za proces treniranja korišten prekratak period mjerenja, odnosno implementiran je premali skup podataka. U tom slučaju radi poboljšanja modela treba nastaviti prikupljati podatke te nakon toga ponoviti cijelu proceduru koja obuhvaća prethodnu obradu podataka i implementaciju umjetne neuronske mreže.

Ako veći skup podataka u procesu treniranja modela nije utjecao na kvalitetu modela pri validaciji, može se odabrati druga struktura umjetne neuronske mreže i/ili algoritam treniranja te ponoviti daljnja procedura. Zadnji mogući korak poboljšanja kvalitete modela odnosi se na provjeru u samom procesu modeliranja, što se odnosi na moguće pogreške pri jednom od koraka procedure kao što su pogrešni odabir ulaznih i izlaznih podataka, pogrešna obrada podataka itd. Provedena procedura poboljšanja kvalitete trebala bi dovesti do poboljšanja kvalitete modela. Međutim, ako niti jedan od koraka nije utjecao na poboljšanje modela, može se jedino ustanoviti da u tom slučaju nije moguće primijeniti model umjetne neuronske mreže.

3.5. Evaluacija

3.5.1. Procedura evaluacije modela umjetne neuronske mreže

S procedurom evaluacije, koja se definira kao procjena kvalitete odziva modela na temelju podataka koji nisu korišteni u procesu treniranja i validacije, nastupa se nakon što je model zadovoljio kriterije kvalitete modela pri validaciji. Razvijeni model se provjerava već pripremljenim skupom ulaznih i izlaznih podataka u tu svrhu (15 % podataka) tako da se odziv modela uspoređuje s mjerenim podacima [26, 28].

3.5.2. Odabir adekvatnih vizualnih i numeričkih mjera kvalitete

Odziv koji je model dao na temelju evaluacijskog skupa podataka potrebno je ocijeniti vizualno te primjenom numeričkih mjera kvalitete modela. Vizualnom usporedbom odziva modela i mjerenih podataka može se identificirati pogreške modela koje će se potom ocijeniti numeričkim mjerama kvalitete modela. Za potrebe razvoja hidrološkog modela otjecanja na malim slivovima uputno je koristiti veći broj apsolutnih mjera kvalitete modela kao što su srednja kvadratna pogreška (MSE), korijen srednje kvadratne pogreške (RMSE) i srednja apsolutna pogreška (MAE) te veći broj relativnih mjera kao što su srednja kvadratna relativna pogreška (MSRE), koeficijent određenosti (r^2), koeficijent učinkovitosti (CE), indeks podudarnosti (d), postotno odstupanje (PBIAS), omjer srednje kvadratne pogreške i standardna devijacija (RSR). Međutim, nije isključena upotreba i drugih mjera kvalitete koje će bolje s obzirom na veličinu niza dati uvid u rasporostranjenost pogreški modela [5].

3.5.3. Kriterij evaluacije

Rezultate numeričkih mjera kvalitete modela prilikom procesa evaluacije treba ocijeniti prema kriterijima za

ocjenu kvalitete modela kao i u procesu validacije. Ako je model prema kriterijima kvalitete modela ocijenjen zadovoljavajućom ocjenom, može se zaključiti da je model uspješno implementiran, u suprotnom predlaže se prikupljanje dodatnog skupa podataka za proces treniranja modela.

4. Zaključak

Već je prije mnogo godina utvrđen nedostatak preciznog, sustavnog i ujednačenog pristupa razvoju hidroloških modela temeljenih na upotrebi umjetnih neuronskih mreža, ali ni do danas veći razvoj na tom polju nije postignut. Istraživanjem je također utvrđeno da je primjena umjetnih neuronskih mreža u svrhu razvoja hidroloških modela predviđanja na malim slivovima vrlo rijetka. Zbog svega navedenog, cilj istraživanja bio je utvrditi precizne korake metodologije za implementaciju hidrološkog modela otjecanja na malim slivovima temeljenog na umjetnoj neuronskoj mreži. Koraci metodologije definirani su na osnovi istraživanja i iskustva razvoja hidrološkog modela otjecanja temeljenog na umjetnoj neuronskoj mreži za sliv Slanog potoka. S obzirom na to da je predložena metodologija razvijena na temelju jednog istražnog područja, mogu se očekivati određeni problemi pri implementaciji modela na drugim slivovima. Predloženu metodologiju je zato uputno primijeniti i na drugim slivovima kako bi se određeni koraci metodologije, ako je potrebno, korigirali te kako bi se utvrdila mogućnost primjene metodologije na drugim malim slivovima. Detaljni koraci metodologije implementacije hidrološkog modela u sklopu ovoga rada omogućavaju istraživačima ponavljanje istih proceduralnih koraka pri razvoju modela na drugim malim slivovima. Primjenom metodologije implementacije modela na drugim slivovima omogućuje se bolja usporedba kvaliteta razvijenih modela.

Zahvala

Istraživanja za potrebe izrade ovog rada provedena su uz potporu tri znanstvenoistraživačka projekta: bilateralni hrvatsko-japanski znanstveni projekt "Identifikacija rizika i planiranje korištenja zemljišta za ublažavanje nepogoda kod odrona zemlje i poplava u Hrvatskoj" (eng. Risk Identification and Land Use Planning for Disaster Mitigation of Landslides and Floods in Croatia) te dviju potpora Sveučilišta u Rijeci za materijalno zahtjevna istraživanja "Hidrologija vodnih resursa i identifikacija rizika od poplava i blatnih tokova na krškom području" (13.05.1.1.03) i "Razvoj novih metodologija u gospodarenju vodama i tlom u krškim, osjetljivim i zaštićenim područjima" (13.05.1.3.08).

LITERATURA

- [1] Krzhizhanovskaya, V.V., Shirshov, G.S., Melnikova, N.B.: Flood early warning system: design, implementation and computational modules, *Procedia Computer Science*, 4 (2011), pp. 106-115, <https://doi.org/10.1016/j.procs.2011.04.012>
- [2] Collier, C.G.: Flash flood forecasting: what are the limits of predictability?, *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 133 (2007) 622, pp. 3-23, <https://doi.org/10.1002/qj.29>
- [3] Žugaj, R.: *Hidrologija*, University of Zagreb, Faculty of mining, geology and petroleum engineering Zagreb, 2000.
- [4] Dawson, C.W., Wilby, R.L.: Hydrological modelling using artificial neural networks, *Progress in Physical Geography*, 25 (2001) 1, pp. 80-108, <https://doi.org/10.1177/030913330102500104>
- [5] Abrahart, R., Kneale, P. E., See, L. M.: *Neural networks for hydrological modelling*, Taylor & Francis Group plc, London, UK, 2004.
- [6] Sušanj, I.: Development of the hydrological rainfall-runoff model based on artificial neural network in small catchments, Ph.D. Thesis, University of Rijeka, Faculty of Civil Engineering, Rijeka, 2016.
- [7] Haykin, S.: *Neural Networks: A Comprehensive Foundation*, Macmillan, New York, 1994.
- [8] Daniell, T. M.: *Neural networks. Applications in hydrology and water resources engineering*, Australia: In National Conference Publication-Institute of Engineers, 1991.
- [9] French, M.N., Krajewski, W.F., Cuykendall, R.R.: Rainfall forecasting in space and time using a neural network. *Journal of hydrology*, 137 (1992) 1-4, pp. 1-31, [https://doi.org/10.1016/0022-1694\(92\)90046-X](https://doi.org/10.1016/0022-1694(92)90046-X)
- [10] Hall, M.J., Minns, A.W.: Rainfall-runoff modelling as a problem in artificial intelligence: experience with a neural network, Cardiff, England: BHS 4th National Hydrology Symposium, pp. 5-51, 1993.
- [11] Raman, H., Sunilkumar, N.: Multivariate modelling of water resources time series using artificial neural networks. *Hydrological Sciences Journal*, 40 (1995) 2, pp. 145-163.
- [12] Openshaw, S., Openshaw, C.: *Artificial Intelligence in Geography*, John Wiley & Sons, London, 1997.
- [13] See, L., Openshaw, S.: Applying soft computing approaches to river level forecasting. *Hydrological Sciences Journal*, 44 (1999) 5, pp. 763-778.
- [14] Dawson, C.W., Wilby, R.L.: A comparison of artificial neural networks used for river forecasting. *Hydrology and Earth System Sciences Discussions*, 3 (1999) 4, pp. 529-540, <https://doi.org/10.5194/hess-3-529-1999>
- [15] Maier, H.R., Dandy, G.C.: Neural networks for the prediction and forecasting of water resources variables: a review of modelling issues and applications. *Environmental modelling & software*, 15 (2000) 1, pp. 101-124, [https://doi.org/10.1016/S1364-8152\(99\)00007-9](https://doi.org/10.1016/S1364-8152(99)00007-9)
- [16] Jayawardena, A.W., Fernando, D.A.K.: Use of radial basis function type artificial neural networks for runoff simulation. *Computer Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 13 (1998) 2, pp. 91-99, <https://doi.org/10.1111/0885-9507.00089>
- [17] Abrahart, R., Kneale, P.E., See, L.M.: *Neural networks for hydrological modelling*, Taylor & Francis Group plc, London, UK, 2004.
- [18] Govindaraju, R.S., Rao, A.R.: *Artificial neural networks in hydrology*, Water science and technology library, Vol. 36, Springer Science & Business Media, 2013.
- [19] Maier, H.R., Dandy, G.C.: Neural networks for the prediction and forecasting of water resources variables: a review of modelling issues and applications, *Environmental Modelling & Software*, 15 (2000), pp. 101-124, [https://doi.org/10.1016/S1364-8152\(99\)00007-9](https://doi.org/10.1016/S1364-8152(99)00007-9)
- [20] Maier, H.M., Jain, A., Dandy, G.C., Sudheer, K.P.: Methods used for the development of neural networks for the prediction of water resource variables in river systems: Current status and future directions, *Environmental Modelling & Software*, 25 (2010), pp. 891-909, <https://doi.org/10.1016/j.envsoft.2010.02.003>
- [21] Matić, P.: Short-term forecasting of hydrological inflow by use of the artificial neural networks, Ph.D. Thesis, University of Split, Faculty of Electrical Engineering, Mechanical Engineering And Naval Architecture, Split, 2014.
- [22] Matić, P., Bego, O., Goić, R.: A systematic approach to a time series neural model development for river flow forecasting. *International review of automatic control*, 5 (2012) 3, pp. 367-372.
- [23] Werbos, P.J.: *Beyond regression: new tools for prediction and analysis in the behavioural sciences*, Ph.D. Thesis, Harvard University, Cambridge, Mass., 1974.
- [24] Rumelhart, D.E., Hinton, G.E., Williams, R.J.: Learning representations by back-propagating errors. *Nature*, 323 (1986) 6188, pp. 533-536, <https://doi.org/10.1038/323533a0>
- [25] Tingleff, O., Madsen, K., Nielsen, H.B.: *Methods for non-linear least squares problems. Lecture Note in Computer Science 02611, Optimization and Data Fitting, Informatics and Mathematical Modelling*, 2nd edn., Technical University of Denmark, 2004.
- [26] Demuth, H.B., Beale, M.H.: *Neural Network Toolbox™ User's Guide*, The MathWorks, INC., 2004.
- [27] Marquardt, D.W.: An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters, *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics*, 11 (1963) 2, pp. 431-441, <https://doi.org/10.1137/0111030>
- [28] Hagan, M.T., Demuth, H.B., Beale, M.H., De Jesús, O.: *Neural network design* (20), Boston, USA: PWS publishing company, 1996.