

Primljen / Received: 8.8.2016.

Ispravljen / Corrected: 4.2.2017.

Prihvaćen / Accepted: 30.3.2017.

Dostupno online / Available online: 10.5.2017.

# Određivanje dinamičkih pomaka i vlastitih frekvecija mosta RTS-om

## Autori:



Doc.dr.sc. **Ante Marendić**, dipl.ing.geod.  
Sveučilište u Zagrebu  
Geodetski fakultet  
[amarendic@geof.hr](mailto:amarendic@geof.hr)



Doc.dr.sc. **Rinaldo Paar**, dipl.ing.geod.  
Sveučilište u Zagrebu  
Geodetski fakultet  
[rpaar@geof.hr](mailto:rpaar@geof.hr)



Doc.dr.sc. **Domagoj Damjanović**, dipl.ing.građ.  
Sveučilište u Zagrebu  
Građevinski fakultet  
[ddomagoj@grad.hr](mailto:ddomagoj@grad.hr)

Prethodno priopćenje

**Ante Marendić, Rinaldo Paar, Domagoj Damjanović**

## Određivanje dinamičkih pomaka i vlastitih frekvecija mosta RTS-om

U radu je prikazana primjena RTS-a za mjerenje pomaka na željezničkom mostu "Sava" tijekom pokusnog opterećenja nakon rekonstrukcije mosta, s posebnim naglaskom na određivanje pomaka pri dinamičkom djelovanju opterećenja te vlastitih frekvencija mosta. Rezultati mjerenja su uspoređeni s rezultatima numeričkog proračuna i s rezultatima vlastitih frekvencija određenih operacionalnom modalnom analizom (OMA).

### Ključne riječi:

RTS, dinamički pomaci, pokusno opterećenje, vlastite frekvencije mosta, OMA

Preliminary report

**Ante Marendić, Rinaldo Paar, Domagoj Damjanović**

## Measurement of bridge dynamic displacements and natural frequencies by RTS

The use of RTS for measuring displacements at the Sava railway bridge during load testing after bridge rehabilitation is presented in the paper, and a special emphasis is placed on the determination of displacements when the bridge was subjected to dynamic load and natural frequencies. Measurement results are compared to numerical analysis results and to natural frequency results obtained by the Operational Modal Analysis (OMA).

### Key words:

RTS, dynamic displacements, load testing, natural frequencies of the bridge, OMA

Vorherige Mitteilung

**Ante Marendić, Rinaldo Paar, Domagoj Damjanović**

## Ermittlung dynamischer Verschiebungen und Eigenfrequenzen von Brücken mittels RTS

In dieser Arbeit wird die Anwendung des RTS zur Messung von Verschiebungen an der Eisenbahnbrücke "Sava" im Laufe von Versuchsbelastungen nach der Rekonstruktion der Brücke dargestellt, wobei das Hauptaugenmerk auf die Ermittlung von Verschiebungen bei dynamischen Lasteinwirkungen, bzw. Eigenfrequenzen gelegt wird. Die Messresultate werden Resultaten numerischer Berechnungen sowie durch operationale Modalanalyse (OMA) ermittelten Eigenfrequenzen gegenübergestellt.

### Schlüsselwörter:

RTS, dynamische Verschiebungen, Versuchsbelastung, Eigenfrequenzen von Brücken, OMA

## 1. Uvod

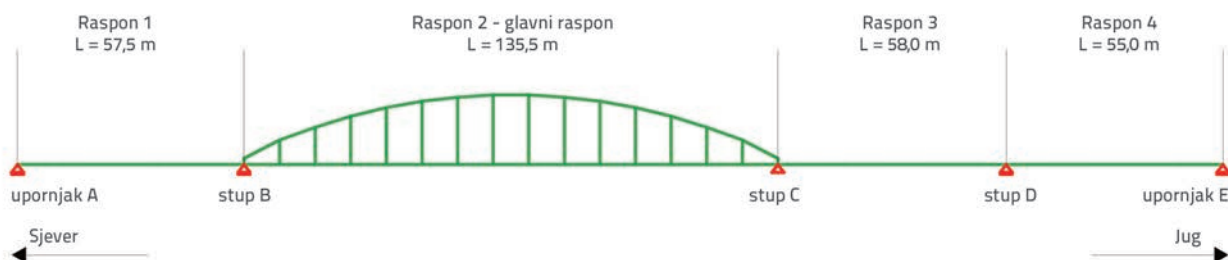
Mostovi imaju izuzetno veliko značenje u prometnoj infrastrukturi svake zemlje. Oštećenja ili značajne deformacije utječu na sigurnost mostova te mogu rezultirati njihovim zatvaranjem, što može prouzročiti kolaps i dezintegraciju prometnog sustava [1]. Kontrola mostova je nužna kako bi se osigurao siguran promet i funkcionalnost. Kontinuirano praćenje pomaka omogućuje rano upozorenje u slučaju pojave nepredvidivih oštećenja.

U svrhu utvrđivanja sposobnosti konstrukcije za preuzimanje projektom predviđenog opterećenja, provode se pokusna opterećenja mostova. Prema sadašnjim propisima [2], svaki željeznički most s rasponom većim od 10 m potrebno je ispitati prije puštanja u promet. Općenito, pokusno opterećenje mostova sastoji se od statičkog i dinamičkog ispitivanja. Pri statičkom ispitivanju mosta, ovisno o karakteristikama mosta i očekivanim vrijednostima pomaka, za određivanje pomaka primjenjuju se geodetske metode, odnosno precizni niveliri, totalne stanice te GNSS (globalni navigacijski satelitski sustavi) [3, 4]. Stariji tipovi navedenih uređaja nisu našli primjenu pri dinamičkom ispitivanju zbog svojih ograničenja s mjernom frekvencijom te ostvarive preciznosti mjerenja. Mjerna frekvencija starijih tipova RTS-a (robotiziranih totalnih stanica) iznosila je 1 Hz [5], što nije bilo dovoljno za mjerenje pomaka pri dinamičkom djelovanju opterećenja. Sa stalnim razvojem i poboljšanjima uređaja GNSS i RTS, ovi uređaji više nisu ograničeni samo za praćenje statičkih i vrlo sporih pomaka konstrukcija, te nalaze primjenu za praćenje i dinamičkih pomaka. U posljednjih nekoliko godina GNSS uređaji s mjernom frekvencijom 10-20 Hz korišteni su i za praćenje pomaka velikih i fleksibilnih mostova pri dinamičkom djelovanju opterećenja [6-8]. Osnovni uvjet prilikom izvođenja GNSS mjerenja je "čisti" horizont, tj. potreba za neometanim primanjem signala sa GNSS satelita koji kruže u Zemljinj orbiti. Prilikom pokusnih opterećenja željezničkih mostova to

najčešće nije moguće ostvariti, jer vlakovi koji prolaze preko mosta ometaju primanje signala sa GNSS satelita [9, 10]. U tim slučajevima, s obzirom na to da noviji tipovi RTS-a imaju mogućnost preciznog određivanja položaja mjerne točke (reflektora) u pokretu s mjernom frekvencijom do 20 Hz [11], RTS uređaji mogu se primijeniti kao alternativa. Kao dodatnu prednost RTS-a možemo istaknuti mogućnost određivanja 3D položaja točke u pokretu s milimetarskom preciznošću, za razliku od ostvarive preciznosti GNSS mjerenja koja je u kinematičkom načinu mjerenja na centimetarskoj razini. Međutim, RTS kao i GNSS, ima svoja ograničenja. Postizanje milimetarske razine preciznosti RTS-om ograničeno je određenim čimbenicima. Potrebno je ostvariti izravnu vidljivost između reflektora postavljenog na mjernu točku i RTS uređaja, a udaljenost između RTS-a i reflektora ne smije biti veća od optimalne udaljenosti koja trenutno iznosi nekoliko stotina metara. Do danas je provedeno samo nekoliko ispitivanja u kojima su RTS uređaji (s mjernom frekvencijom 5-7 Hz) korišteni za mjerenje simuliranih dinamičkih pomaka i dinamičkih pomaka mostova tijekom upotrebe [10, 12-15].

U ovom radu prikazane su mogućnosti i primjena RTS-a u dinamičkom ispitivanju željezničkog mosta "Sava" u Zagrebu tijekom pokusnog opterećenja provedenog nakon rekonstrukcije. Tijekom pokusnog opterećenja, pobuda mosta realizirana je prolascima vlakova preko mosta brzinama od 20 km/h do 75 km/h. Pomaci mosta pri dinamičkom djelovanju opterećenja određivani su pomoću dva RTS-a s mjernim frekvencijama od 10 Hz i 20 Hz, a određivali su pomake točke stabilizirane u četvrtini glavnog raspona.

Cilj rada je ocijeniti mogućnosti primjene RTS-a za mjerenje pomaka pri dinamičkom djelovanju opterećenja te mogućnosti određivanja vlastitih frekvencija mosta na temelju izmjerenih dinamičkih pomaka. Vlastite frekvencije određene iz mjerenja RTS-om uspoređene su s rezultatima numeričkog proračuna mosta te s rezultatima operacionalne modalne analize (OMA) koja je provedena pri djelovanju ambijentalnih pobuda.



Slika 1. Željeznički most "Sava" – uzdužna dispozicija (gore) i fotografija mosta (dolje)

Tablica 1. Raspored prolazaka vlakova tijekom dinamičkog ispitivanja mosta

Prolaz	Pobuda mosta	Smjer	Brzina vlaka [km/h]
1	Istovremeni prolazak dva vlaka	Od juga prema sjeveru	20
2	Prolazak jednog vlaka zapadnim kolosijekom	Od sjevera prema jugu	20
3	Istovremeni prolazak dva vlaka	Od juga prema sjeveru	40
4	Istovremeni prolazak dva vlaka	Od juga prema sjeveru	60
5	Istovremeni prolazak dva vlaka	Od sjevera prema jugu	20
6	Istovremeni prolazak dva vlaka*	Od juga prema sjeveru	75

\* prolazak vlakova nije bio u potpunosti istovremen

## 2. Rekonstrukcija željezničkog mosta "Sava"

Željeznički most "Sava" je dvokolosiječni most preko rijeke Save u Zagrebu. Most je čelična konstrukcija preko četiri raspona, ukupne duljine 306 m i širine 9,6 m. Statički sustav mosta je kontinuirana slobodno oslonjena greda koja je u glavnom rasponu ojačana lukom (Langerova greda). Glavni raspon je dug 135,5 m, dok su preostali rasponi dugi 57,5 m, 58,0 m i 55,0 m (slika 1.).

Donji ustroj mosta sastoji se od dva upornjaka i tri stupišta. Upornjaci i stupišta izrađeni su od betona i originalno obloženi kamenim blokovima. Stupovi B, C, D i upornjak E temeljeni su na kesonima, a upornjak A na masivnom betonskom temelju. Valjkasti ležajevi, pomični u uzdužnom smjeru mosta nalaze se na upornjacima te stupištima B i D. Ležajevi na stupištu C su nepomični u uzdužnom smjeru, ležaj na uzvodnoj strani je nepomičan i u poprečnom smjeru, a ležaj na nizvodnoj strani pomičan je u poprečnom smjeru. Glavni nosači, lukovi i krajnje vješaljke izrađeni su od čelika S355JO, a ostali elementi od čelika S235JR. Kako bi se nosivost mosta podigla na kategoriju D4 koja podrazumijeva osovinska opterećenja od 22,5 t i kontinuirana opterećenja od 8,0 t/m [16], bilo je potrebno provesti ojačanje mosta. Sanacija mosta provedena je ugradnjom dodatnih ojačanja na postojeće elemente konstrukcije koji nisu mijenjani, dok su svi spojevi novih elemenata s postojećim izvedeni sa zakovicama ili visokovrijednim vijcima. Stup C je ojačan ugradnjom dodatna 24 pilota oko stupa, na kojima je izvedena naglavna greda te armiranobetonski plašt.

## 3. Pokusno opterećenje željezničkog mosta "Sava"

Nakon sanacije provedeno je pokusno opterećenje mosta. Provođenje pokusnog opterećenja nakon sanacije te prije otvaranja za promet propisano je hrvatskom normom HRN U.M1.046 – Ispitivanje mostova pokusnim opterećenjem [2]. Svrha pokusnog opterećenja je empirijsko potvrđivanje nosivosti konstrukcije, odnosno potvrđivanje teoretskih pretpostavki iz projekta konstrukcije. Pokusno opterećenje sastoji se od statičkog i dinamičkog ispitivanja.

Za statičko i dinamičko opterećenje korištene su dvije kompozicije, sastavljene od lokomotive i osam teretnih vagona,

ukupne duljine po 119,5 m. Masa lokomotive bila je 80,0 t (4 osovine po 20 t), a duljina 15,5 m. Vagoni su bili natovareni šljunkom, prosječna masa vagona iznosila je 79,8 t (4 osovine po 19,95 t), a duljina 13,0 m. Ukupna masa svake kompozicije iznosila je približno 720 t, odnosno 1440 t ukupno.

### 3.1. Dinamičko ispitivanje

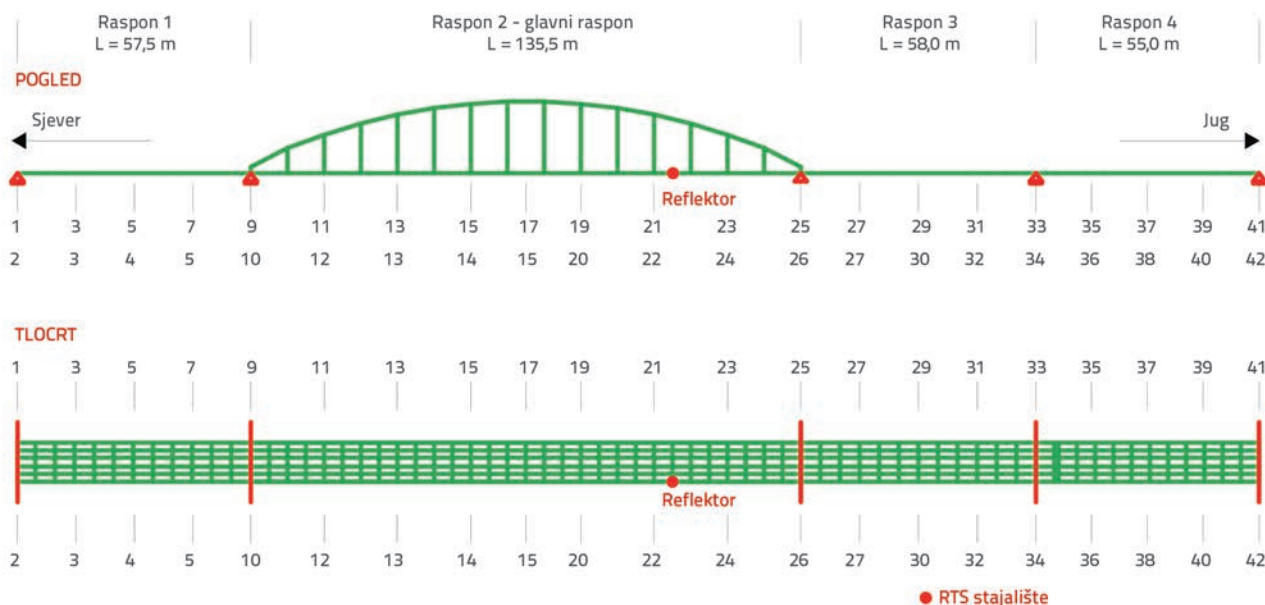
Tijekom dinamičkog ispitivanja mosta određen je odgovor mosta za šest prolazaka vlakova. Raspored prolazaka vlakova prikazan je u tablici 1.

Vlakovi su prolazili preko mosta istovremeno (paralelno na dva kolosijeka), osim tijekom drugog prolaska u kojem je pobuda izazvana prolaskom jednog vlaka zapadnim kolosijekom. Pri većim brzinama bilo je teško ostvariti istovremeni prolazak vlakova preko mosta. Tijekom šestog prolaska u kojem je brzina bila 75 km/h, vlak na istočnom kolosijeku prošao je preko mosta sa zaostatom od približno 9 sekundi u odnosu na vlak na zapadnom kolosijeku. To je izazvalo 187 m razmaka između vlakova u trenutku prolaska preko mosta, što se može vidjeti u izmjerenim zapisima pomaka koji su prikazani u poglavlju 5.

Tijekom dinamičkog ispitivanja mosta, pomaci su određivani pomoću dva RTS-a s mjernim frekvencijama od 10 Hz i 20 Hz. RTS-om je određivan pomak točke u četvrtini glavnog raspona. Oba RTS-a bila su postavljena na stabilno tlo na udaljenosti od 60 m do mjerne točke (reflektor). Reflektor je bio pričvršćen na glavnom nosaču u četvrtini središnjeg raspona s jugozapadne strane mosta (slika 2.).



Slika 2. Položaj RTS-a i reflektora: a) reflektor; b) RTS 1; c) RTS 2



Slika 3. Položaj akcelerometara, stajalište RTS-a i mjerne točke (reflektora) na mostu na uzdužnoj dispoziciji (gore) i tlocrtu (dolje)

U svrhu određivanja dinamičkih parametara mosta provedena je operacionalna modalna analiza mjerenjem akceleracija na 42 točke pri ambijentalnoj pobudi. Položaj akcelerometara na mostu (točke 1-42), stajalište RTS-a i mjerne točke (reflektora) prikazani su na slici 3.

#### 4. Robotizirane totalne stanice (RTS)

RTS je geodetski uređaj koji automatiziranim postupkom mjerenja ima mogućnost preciznog određivanja 3D položaja mjerne točke (reflektora) u pokretu (tzv. kinematička mjerenja) s frekvencijom mjerenja i do 20 Hz [11]. RTS na osnovi mjerenja horizontalnog i vertikalnog kuta te duljine prema reflektoru određuje 3D koordinate reflektora u pravokutnom koordinatnom sustavu, relativno u odnosu na poznate koordinate. Točnost određenih koordinata reflektora ovisi prije svega o nesigurnosti mjerenja horizontalnog i vertikalnog kuta te nesigurnosti mjerenja duljine prema reflektoru. Današnji RTS-ovi imaju mogućnost mjerenja kutova s preciznošću 1" te duljina s preciznošću 1 mm + 1 ppm, što omogućava određivanje 3D položaja reflektora s točnošću od 1 mm.

Mogućnosti RTS za određivanje dinamičkih pomaka fleksibilnih konstrukcija analizirana je u nekoliko istraživanja [5, 10, 12, 13, 17-19]. Rezultati tih istraživanja pokazali su da RTS ima prednost nad ostalim geodetskim uređajima u projektima određivanja dinamičkih pomaka gdje se zahtijeva milimetarska preciznost mjerenja. Također je pokazano da RTS može precizno odrediti amplitude osciliranja veće od 5 mm. Međutim, ostvarivanje navedene preciznosti ograničeno je određenim čimbenicima te ovisi o karakteristikama RTS-a, tipu korištenog reflektora i atmosferskim uvjetima prilikom mjerenja. Također, brzina kretanja reflektora te njegovo ubrzanje, kao i promjene u kretanju reflektora utječu na mjerenja RTS-om [13, 20]. Svi

ti čimbenici mogu utjecati na preciznost određenih koordinata reflektora, a mogu izazvati i prekide automatiziranog mjernog procesa što može utjecati i na samu mjernu frekvenciju. Zbog navedenih čimbenika koji utječu na izvođenje kinematičkih mjerenja RTS-om, korištena su dva RTS-a za određivanje koordinata istog reflektora. Na taj način bilo je moguće usporediti dinamičke pomake mosta izmjerene pomoću dva RTS uređaja. Dva upotrijebljena RTS-a su Leica TPS1201 s mjernom frekvencijom do 10 Hz i TRIMBLE S8 s mjernom frekvencijom do 20 Hz (slika 4.).



Slika 4. Leica TPS 1201 i Trimble S8

Mjerna frekvencija Leica TPS 1201 postavljena na 10 Hz nije postignuta pri mjerenjima te je varirala oko 7 Hz uz nepravilan vremenski interval između pojedinih mjerenja, što je već utvrđeno i u prethodnim istraživanjima [21, 22]. S ciljem povećanja broja





Slika 5. a) RTS uređaji; b) elektrodinamički pobuđivač s reflektorom; c) generator frekvencija s pojačalom

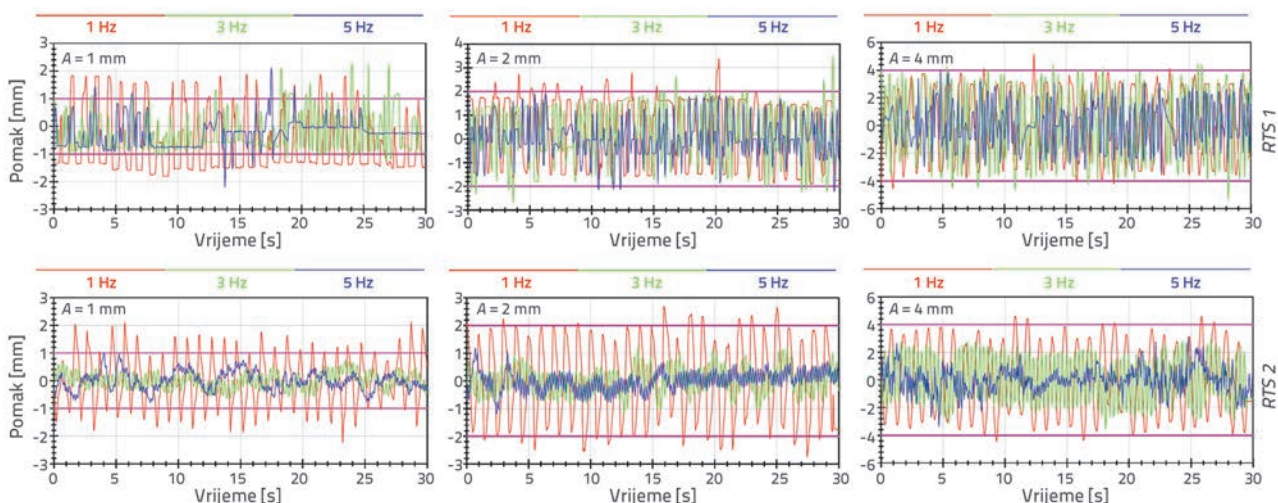
mjerenja u sekundi, razvijena je aplikacija u Visual Basicu koja se oslanja na GEOCOM protokol [18]. Navedena aplikacija pomoću prijenosnog računala upravlja uređajem tijekom mjerenja te omogućava povećanje mjerne frekvencije sa 7 Hz na 10 Hz. Da bi se ostvarila mjerna frekvencija od 20 Hz RTS-om Trimble S8, uređajem se također upravljalo pomoću prijenosnog računala s instaliranim Trimble PC računalnim programom.

#### 4.1. Ispitivanje RTS-a na ispitnom polju

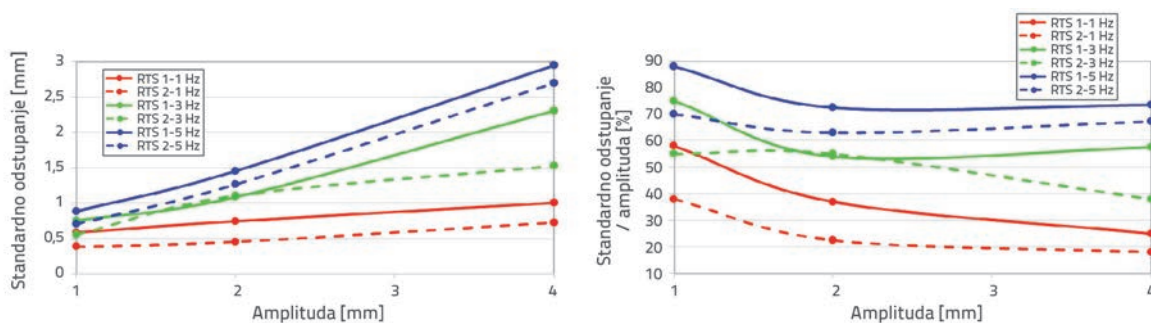
U dosadašnjim ispitivanjima RTS uređaja [12,13,17-19] nisu dovoljno ispitane mogućnosti određivanja simuliranih pomaka sa zadanim amplitudama osciliranja manjim od 5 mm. Zbog toga, prije određivanja pomaka željezničkog mosta "Sava" tijekom pokusnog opterećenja, RTS uređaji su ispitani pri mjerenju umjetno induciranih kontroliranih pomaka iznosa manjih od 5 mm. Ispitivanje je provedeno na način da se pomoću robotiziranih totalnih stanica određivao položaj točke koja se

giba po sinusnoj funkciji s unaprijed zadanim vrijednostima amplituda i frekvencija osciliranja. Ispitivanje RTS-a provedeno je ispred Laboratorija za ispitivanje konstrukcija Građevinskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu. Dva RTS-a ispitana su pri određivanju pomaka u vertikalnoj ravnini. Za potrebe ostvarivanja kontroliranih i unaprijed zadanih simuliranih dinamičkih pomaka korišten je elektrodinamički pobuđivač s pojačalom i generatorom frekvencija (slika 5.).

Na pomičnom dijelu elektrodinamičkog pobuđivača postavljen je reflektor (slika 5.). Pobuđivaču su zadavane unaprijed definirane vrijednosti frekvencija i amplituda osciliranja. Vrijednosti zadanih amplituda kontrolirane su pomoću induktivnog osjetila (LVDT) tipa HBM WA 50 koji je umjeren i ima klasu točnosti 1. Tijekom ispitivanja elektrodinamički pobuđivač generirao je sinusne pomake amplituda od 1 mm, 2 mm i 4 mm, te frekvencija od 1 Hz, 3 Hz i 5 Hz. Ukupno je provedeno 9 ispitivanja, pri čemu je ispitivanje za svaku zadanu amplitudu i frekvenciju osciliranja trajalo 30 sekundi. Udaljenost između robotiziranih



Slika 6. Izmjereni pomaci RTS uređajima u ispitivanjima sa zadanim amplitudama osciliranja od 1 mm, 2 mm i 4 mm



Slika 7. Standardna odstupanja razlika pomaka u provedenim ispitivanjima

totalnih stanica i elektrodinamičkog pobuđivača na koji je pričvršćen reflektor iznosila je 60 m, što je odgovaralo mjernoj udaljenosti između RTS-a i reflektora pri pokusnom opterećenju željezničkog mosta Sava.

Rezultati mjerenja simuliranih dinamičkih pomaka sa zadanim amplitudama osciliranja od 1 mm, 2 mm i 4 mm prikazani su na slici 6. Na prikazima rezultata kod svake zadane amplitude osciliranja različitim bojama prikazani su rezultati mjerenja pri različitim zadanim frekvencijama osciliranja (1 Hz – crveno, 3 Hz – zeleno, 5 Hz – plavo). Na prikazima izmjerenih pomaka RTS uređajima, RTS 1 označava uređaj Leica TPS 1201, a RTS 2 označava uređaj Trimble S8.

Pokazatelje o kvaliteti mjernih podataka možemo dobiti jednostavnim uvidom u grafičke prikaze rezultata mjerenja, gdje uočavamo da su najbolji podaci mjerenja pomoću RTS uređaja dobiveni u ispitivanjima sa zadanom najvišom frekvencijom (5 Hz) i najmanjom amplitudom (1 mm). Navedeni rezultati bili su i očekivani zato što je zadana amplituda osciliranja na granici ostvarive preciznosti RTS uređaja. Također, iz grafičkih prikaza se uočava lošije određivanje zadane sinusne funkcije s povećanjem frekvencije osciliranja odnosno brzine kretanja reflektora. Iz navedenog možemo zaključiti da na kvalitetu podataka mjerenja RTS-om znatno utječe i frekvencija osciliranja odnosno brzina kretanja reflektora, gdje pri većim brzinama na preciznost određivanja položaja reflektora, uz utjecaj pogrešaka mjerenja kutova i duljina, utječu pogreške sinkronizacije rada pojedinih senzora RTS-a, te utjecaj mehanizma RTS-a za praćenje reflektora na sama mjerenja.

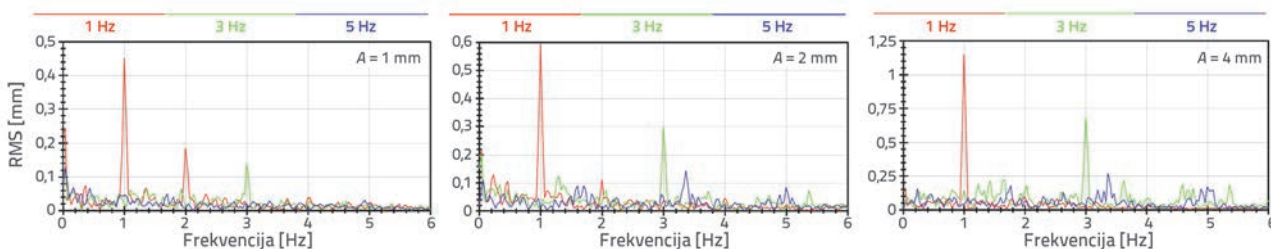
U sljedećem koraku analizirane su razlike izmjerenih i zadanih simuliranih dinamičkih pomaka. Budući da točnost korištenog sustava za simuliranje dinamičkih pomaka značajno premašuje

točnost mjerenja RTS uređajima, zadane amplitude i frekvencije osciliranja možemo uzeti kao točne vrijednosti. Razlike između izmjerenih i zadanih dinamičkih pomaka izračunane su za svako provedeno ispitivanje u trajanju od 30 sekunda. Na slici 7. prikazana su standardna odstupanja razlika izmjerenih i zadanih dinamičkih pomaka te postotci odstupanja u odnosu na zadane amplitude osciliranja.

Na osnovi izračunanih standardnih odstupanja u provedenim ispitivanjima može se uočiti da su najprecizniji rezultati postignuti u ispitivanjima s najnižom zadanom frekvencijom osciliranja, dok su najveća standardna odstupanja dobivena u ispitivanjima sa zadanom frekvencijom osciliranja od 5 Hz. Također, u ispitivanjima sa zadanim amplitudama osciliranja od 1 mm, standardna odstupanja rastu do 90 % zadane vrijednosti amplitude (RTS 1). Iz prikazanih rezultata vidljivo je da je postignuta bolja preciznost mjerenja uređajem RTS 2 kod kojeg standardna odstupanja pri frekvenciji od 1 Hz iznose oko 20 % mjerene amplitude (za amplitude od 2 mm i 4 mm) dok već pri 3 Hz standardna odstupanja iznose oko 40 % mjerene amplitude čak i pri amplitudi od 4 mm. Iz prikazanih rezultata jasno je da ispitanim RTS uređajima nije moguće precizno odrediti amplitudne karakteristike dinamičkih pomaka koji iznose 1 – 4 mm.

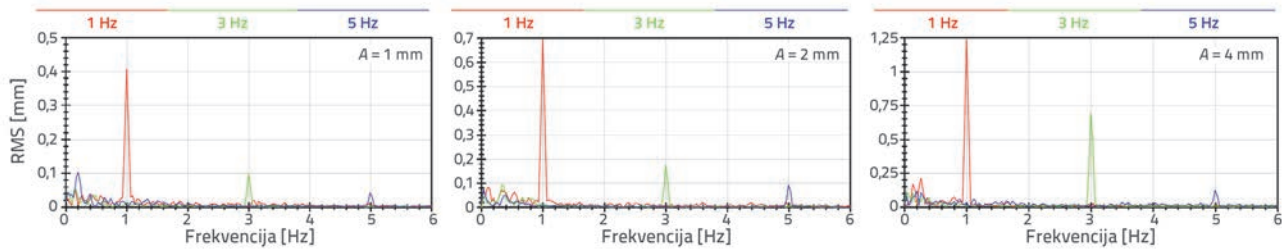
Osim ispitivanja RTS uređaja pri mjerenju dinamičkih pomaka, ispitana je i njihova mogućnost da na osnovi izmjerenih pomaka odrede frekvenciju osciliranja zadanog sinusnog signala pri amplitudama osciliranja manjim od 5 mm. Dominantne frekvencije osciliranja u provedenim ispitivanjima određivane su primjenom brze Fourierove transformacije (FFT).

Na slici 8. prikazani su rezultati određivanja frekvencija iz podataka mjerenja uređajem RTS 1 u svim provedenim ispitivanjima (1 Hz – crveno, 3 Hz – zeleno, 5 Hz – plavo).



Slika 8. Spektralne funkcije i određene frekvencije iz mjerenja uređajem RTS 1 u ispitivanjima sa zadanim amplitudama osciliranja od 1 mm, 2 mm i 4 mm





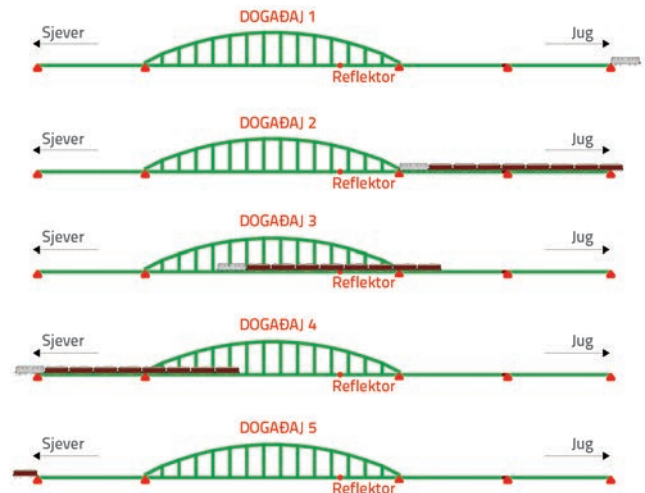
Slika 9. Spektralne funkcije i određene frekvencije iz mjerenja uređajem RTS 2 u ispitivanjima sa zadanim amplitudama osciliranja od 1 mm, 2 mm i 4 mm

Iz prikazanih rezultata uočavamo da RTS 1 nije mogao odrediti zadanu frekvenciju osciliranja od 5 Hz u ispitivanjima sa svim zadanim amplitudama osciliranja (slika 8. – plava boja). U ispitivanjima s amplitudom osciliranja 1 mm i zadanim frekvencijama osciliranja 1 Hz i 3 Hz, zadane frekvencije su određene. U ispitivanju sa zadanom frekvencijom 1 Hz pojavio se i rezonantni vrh na frekvenciji od 2 Hz koji predstavlja prvi harmonik, a posljedica je izobličenje idealnog sinusnog vala koji uređaj registrira. U ostalim ispitivanjima, iz izmjerenih pomaka određene su sve zadane frekvencije bez značajnijih šumova.

Na slici 9. prikazani su rezultati određivanja frekvencija iz podataka mjerenja uređajem RTS 2 u svim provedenim ispitivanjima (1 Hz – crveno, 3 Hz – zeleno, 5 Hz – plavo). RTS 2 odredio je zadane frekvencije osciliranja u svim provedenim ispitivanjima, samo što je u ispitivanju sa zadanom amplitudom 1 mm i frekvencijom 5 Hz registrirana niska amplituda rezonantnog vrha. U analizi određivanja frekvencija RTS uređajima nisu korišteni nikakvi filtri. Uz primjenu digitalnih filtera prije primjene FFT analize moguće je smanjiti šumove u spektralnim zapisima vodeći računa da se pri tome ne filtriraju dijelovi spektra koji karakteriziraju dinamičku pojavu koja se promatra.

### 5. Analiza rezultata mjerenja dinamičkih pomaka

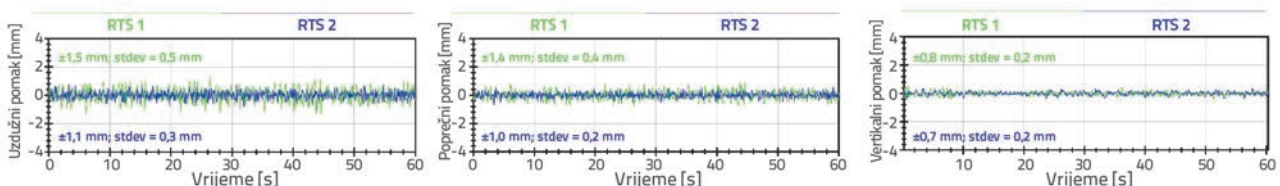
Prvi korak obrade podataka bio je transformacija koordinata reflektora u lokalni pravokutni koordinatni sustav s ishodištem u središtu reflektora te jednoj osi paralelnoj s uzdužnom osi mosta. To je omogućilo analizu pomaka u uzdužnoj, poprečnoj i vertikalnoj osi mosta. Sljedeći korak obrade podataka bio je utvrđivanje točnog trenutka ulaska vlakova na most i izlaska s mosta. Ti trenuci - događaji identificirani su na terenu u skladu s vremenom mjerenja RTS-a, a prikazani su na slici 10. Određeni su posebno za svaki prolazak vlakova različitim brzinama.



Slika 10. Položaj vlakova na mostu u događajima 1-5

Događaji u kojima vlakovi ulaze na most i izlaze s mosta definirani su vertikalnim linijama na slikama 12. do 14. i 16. do 19. koje su označene brojevima 1 i 5, tj. to su događaji 1 i 5. Događaji u kojima su registrirana najveća izdizanja mjerne točke u četvrtini glavnog raspona označeni su vertikalnim linijama 2 i 4, tj. to su događaji 2 i 4. Događaj u kojem je registrirano najveće slijeganje točke u četvrtini glavnog raspona označen je s vertikalnom linijom 3, tj. to je događaj 3. Pozicije vlakova u gore navedenim događajima prikazane su na slici 10., a na slikama 12. do 14. i 16. do 19. vertikalne linije 1-5 služe kako bi se označili navedeni događaji u zapisima mjerenja pri prolascima vlakova različitim brzinama.

Iz zapisa mjerenja koje je provedeno kada na most nisu djelovala nikakva opterećenja osim ambijentalnih, procijenjena je razina šuma mjerena pomoću oba RTS-a (slika 11.). Za procjenu razine šuma mjerena reflektor je postavljen iznad stupa C kako bi se utjecaj ambijentalne pobude sveo na najmanju moguću mjeru.



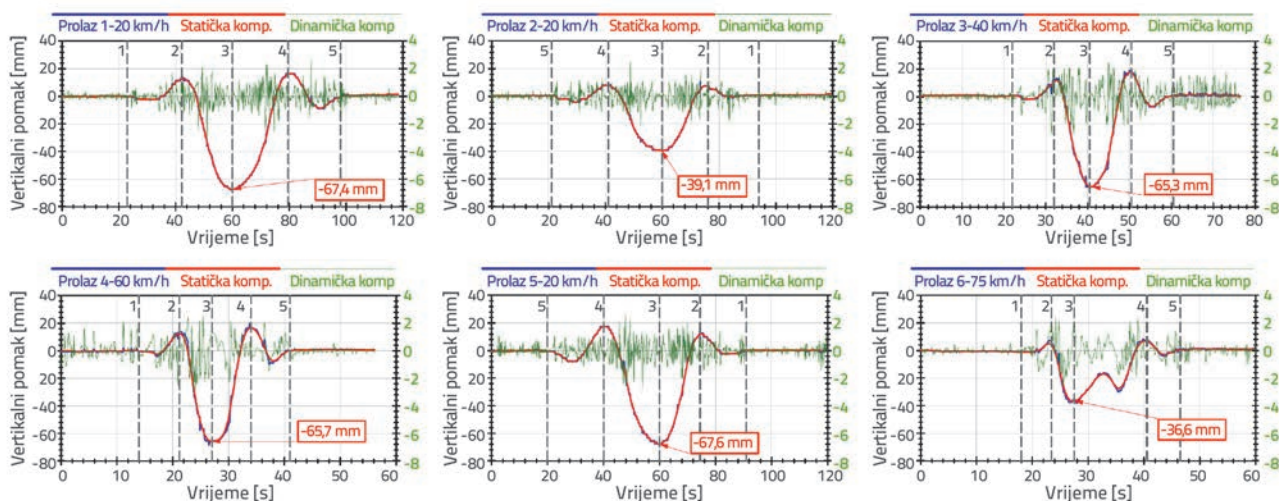
Slika 11. Dinamički pomaci mosta kada na most nije djelovala pobuda

Vertikalni pomaci određeni pomoću oba RTS-a tijekom 60 sekundi kada na most nije djelovala pobuda nalaze se unutar intervala  $\pm 0,8$  mm, pri čemu je standardno odstupanje za oba RTS-a iznosilo 0,2 mm. Uzdužni pomaci mosta određeni RTS-om 1 iznosili su  $\pm 1,5$  mm, a poprečni  $\pm 1,4$  mm (standardno odstupanje 0,5 mm odnosno 0,4 mm), dok su uzdužni pomaci RTS-om 2 iznosili  $\pm 1,1$  mm, a poprečni  $\pm 1,0$  mm (standardno odstupanje 0,3 mm odnosno 0,2 mm). U prikazanim rezultatima se uočava veća razina šuma mjerenja u horizontalnoj ravnini (uzdužni i poprečni pomaci) u odnosu na razinu šuma mjerenja u vertikalnoj ravnini. Do različitih razina šuma mjerenja u koordinatnim osima dolazi zato što uslijed nesigurnosti mjerenja kuta dolazi do odgovarajuće nesigurnosti poprečnog određivanja položaja točke (okomito na smjer od RTS-a do reflektora), a uslijed nesigurnosti mjerenja duljina dolazi do nesigurnosti uzdužnog određivanja položaja točke (u smjeru od RTS-a do reflektora). U skladu s rezultatima ispitivanja korištenih RTS uređaja koji su prikazani u poglavlju 4 očekivano

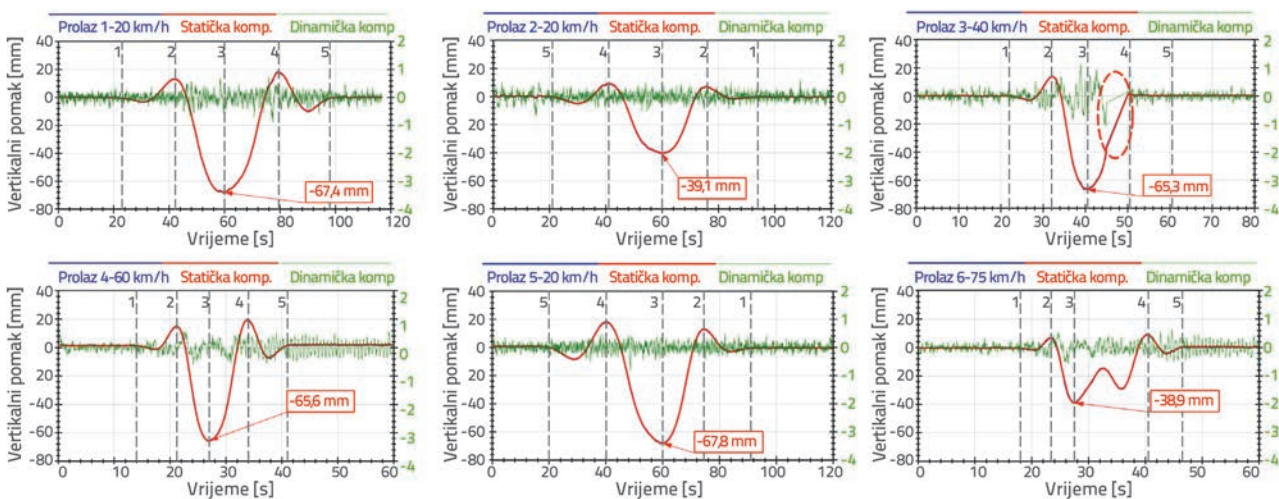
je da su razine šumova pri dinamičkom djelovanju opterećenja veće od prikazanih.

### 5.1. Vertikalni pomaci

Na slici 12. prikazani su vertikalni pomaci mosta određeni uređajem RTS 1 u četvrtini glavnog raspona u prolascima 1-6 (tablica 1.). Izmjereni pomaci mosta pri dinamičkom djelovanju opterećenja sastoje se od statičke komponente koja je dugoperiodična i dinamičke kratkoperiodične komponente. Plavom bojom prikazani su izmjereni nefiltrirani pomaci, crvenom bojom prikazana je statička komponenta vertikalnog pomaka, a zelenom je bojom prikazana dinamička komponenta pomaka. Statička komponenta određena je korištenjem niskopropusnog filtra koji propušta sve frekvencije niže od 0,3 Hz, a guši više. Dinamička komponenta određena je upotrebom visokopropusnog filtra koji propušta sve frekvencije više od 0,3 Hz, a guši niže. Frekvencija od 0,3

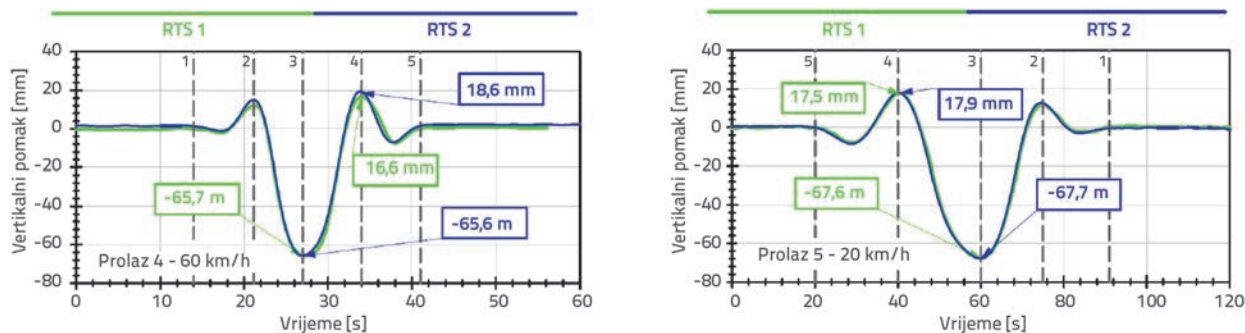


Slika 12. Vertikalni pomaci mosta prilikom prolaska vlakova 1-6 izmjereni uređajem RTS 1



Slika 13. Vertikalni pomaci mosta prilikom prolaska vlakova 1-6 izmjereni uređajem RTS 2





Slika 14. Usporedba statičke komponente vertikalnog pomaka za prolazke 4 i 5

Hz za razdvajanje statičke i dinamičke komponente pomaka iz osnovnog signala odabrana je kao dvostruko veća od frekvencije prolaska vlakova preko glavnog raspona brzinom od 75 km/h koja iznosi oko 0,15 Hz. Obrada podataka mjerena napravljena je u programskom paketu DIAdem 15.0. Na slici 13, na isti način, prikazani su vertikalni pomaci mosta određeni RTS-om 2 u četvrtini glavnog raspona tijekom prolazaka 1-6 (tablica 1.).

Maksimalne statičke komponente vertikalnog pomaka određene su za prolazak 5, uređajem RTS 1 određena je vrijednost statičkog pomaka od 67,6 mm, a uređajem RTS 2 vrijednost statičkog pomaka od 67,8 mm. Maksimalna statička komponenta vertikalnog pomaka uzrokovana prolaskom jednog vlaka (prolazak 2) iznosila je 39,1 mm za RTS 1, a za RTS 2 iznosila je 40,1 mm. Najveća vrijednost izdizanja izmjerena uređajem RTS 1 iznosila je 17,5 mm za prolazak 5, a uređajem RTS 2 izmjereno je najveće izdizanje od 18,6 mm za prolazak 4. Manji iznosi pomaka određeni za prolazak 6 uzrokovani su kašnjenjem, odnosno razmakom od 187 m između dva vlaka koja su prolazila preko mosta. Tijekom cijelog procesa mjerenja dogodila se jedna gruba pogreška mjerenja koja je označena s crvenom elipsom na zapisu mjerenja uređajem RTS 2 tijekom prolaska 3 (slika 13.). Uzrok pogreške je nepoznat, ali se može pripisati terenskim uvjetima mjerenja.

Kao što se može primijetiti na slikama 12. i 13., oba RTS-a odredila su gotovo iste vrijednosti vertikalnih pomaka. Razlike između statičkih komponenti vertikalnih pomaka određenih pomoću dva RTS-a iznose do 1 mm, osim za prolazak 4 gdje je kod izdizanja razlika iznosila 2,0 mm i prolaza 6 gdje je razlika maksimalnog izmjenjenog pomaka iznosila 2,3 mm. To pokazuje da je ostvarena zadovoljavajuća preciznost mjerenja uređajima RTS. Dobro podudaranje između izmjenjenih pomaka može

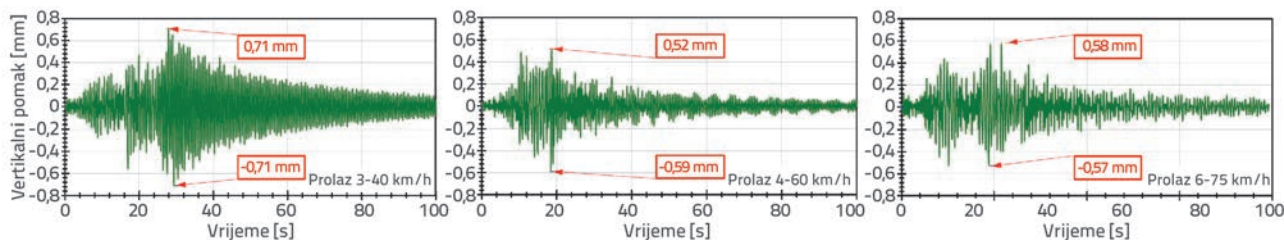
se vidjeti na slici 14, gdje su prikazane statičke komponente vertikalnog pomaka određene pomoću oba RTS-a tijekom prolazaka 4 i 5.

Tijekom prolazaka vlakova mjerena je akceleracija glavnog nosača u vertikalnom smjeru u sredini središnjeg raspona. Iz tih akceleracija, dvostrukom integracijom određeni su dinamički pomaci (slika 15.) koji ne prelaze 1 mm. Najveći dinamički pomak izmjenjen je pri prolasku 3 od 40 km/h i iznosio je  $\pm 0,71$  mm.

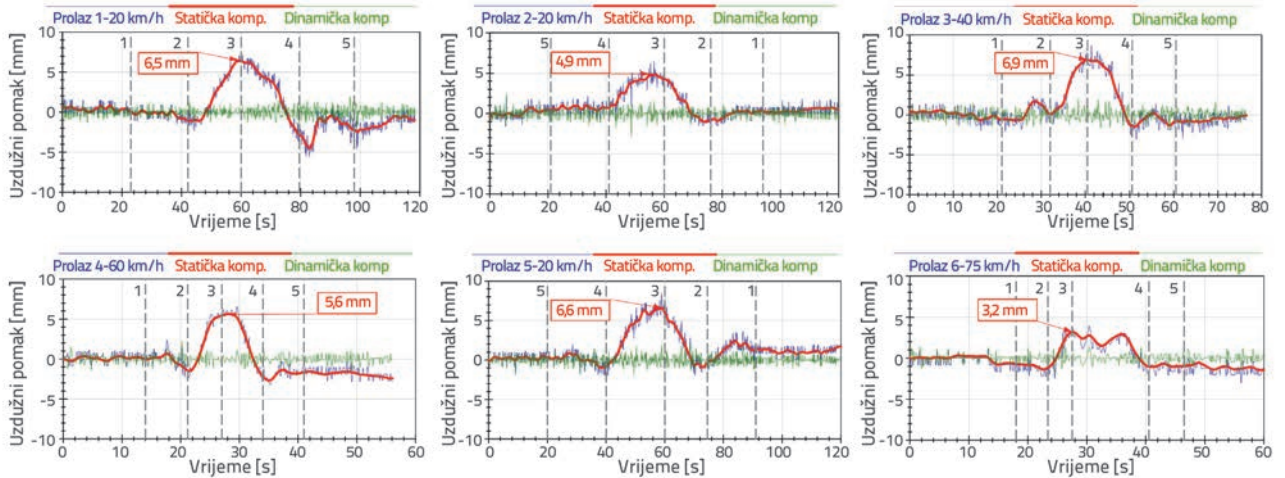
Iz rezultata dinamičkih komponenti pomaka prikazanih na slikama 12. i 13. vidljivo je da su oni za RTS 1 u rasponu od  $\pm 2$  mm, dok su za RTS 2 unutar raspona od  $\pm 1$  mm za sve brzine prolaska vlaka. Kako rezultati ispitivanja mjernih uređaja na mjernom polju (potpoglavlje 4.1) pokazuju da nije moguće precizno mjeriti pomake na razini ispod 1 mm, može se zaključiti da prikazane dinamičke komponente pomaka određene mjerenjem pomoću RTS uređaja nisu pouzdane i da su prije svega posljedica šuma i pogreške mjerenja.

## 5.2. Horizontalni pomaci

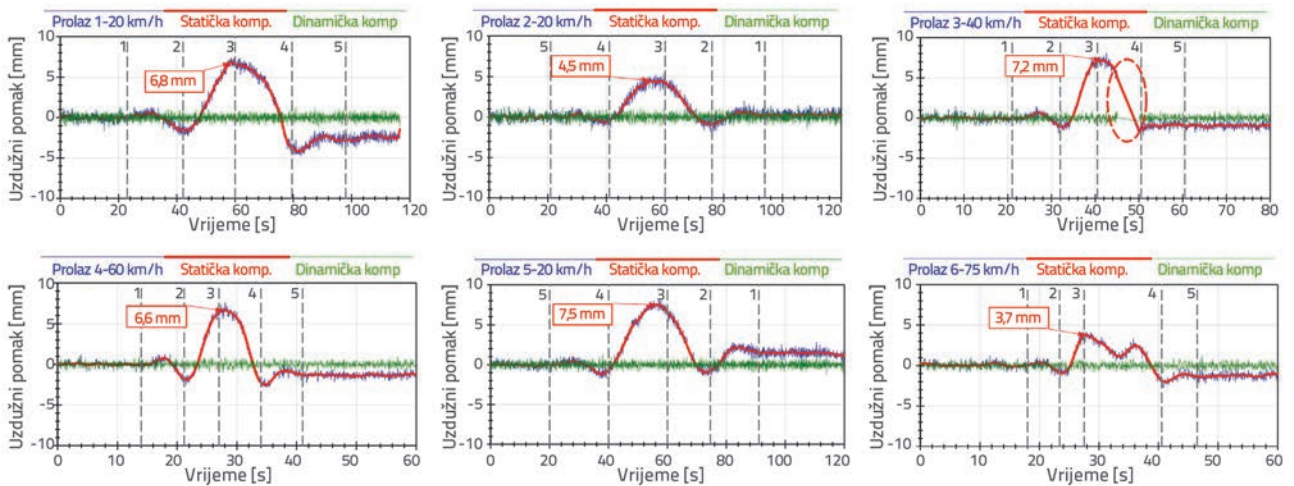
Za razliku od vertikalnih pomaka, horizontalni pomaci mosta u uzdužnom i poprečnom smjeru bili su znatno manjih iznosa zato što je pri prolasku vlakova opterećenje uglavnom djelovalo u vertikalnom smjeru. Na slikama 16. i 17. prikazani su pomaci mosta određeni uređajima RTS 1 i RTS 2 u četvrtini glavnog raspona za uzdužni smjer u prolascima 1-6. Kao i kod vertikalnih pomaka, izmjenjeni pomak (plava boja) rastavljen je na statičku komponentu (crvena boja) i dinamičku komponentu (zelena boja). U vremenskom intervalu između događaja 2 i 3 kada su vlakovi prolazili preko glavnog raspona mosta, izmjenjeni pomaci (slika 16. i 17. – plava boja) jasno se razlikuju od razine šuma mjerenja u svim događajima.



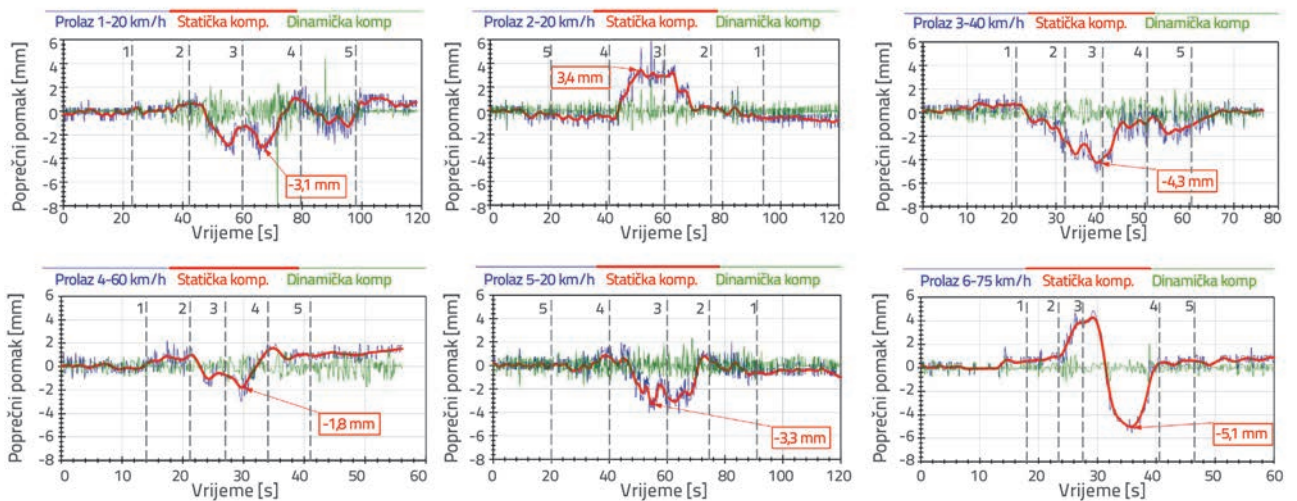
Slika 15. Dinamički pomaci na glavnom nosaču u polovini središnjeg raspona (integracija akceleracije)



Slika 16. Uzdužni pomaci mosta pri prolascima vlakova 1-6 izmjereni uređajem RTS 1

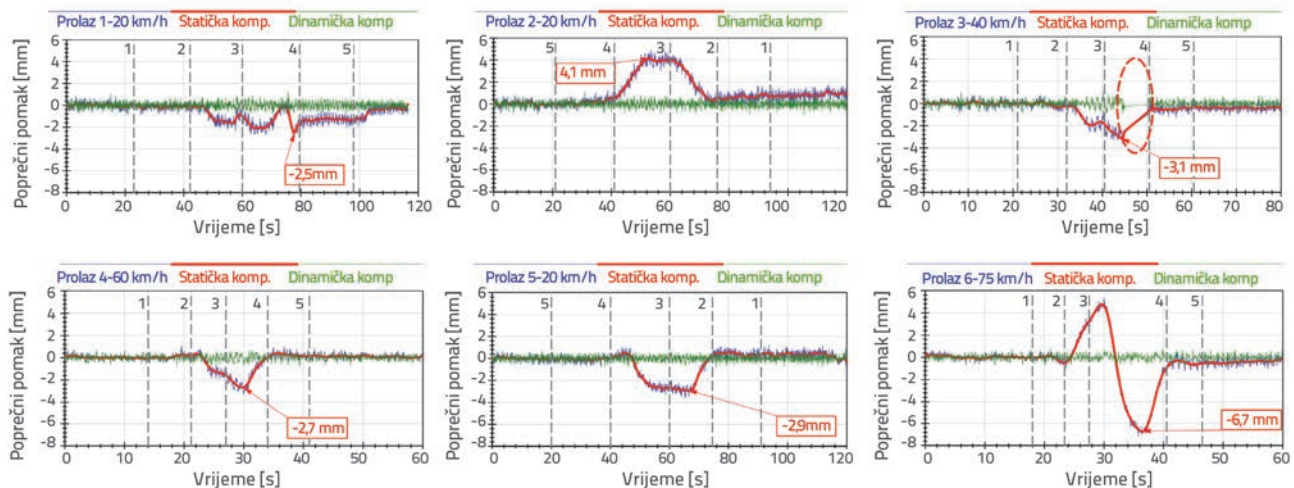


Slika 17. Uzdužni pomaci mosta pri prolascima vlakova 1-6 izmjereni uređajem RTS 2



Slika 18. Poprečni pomaci mosta pri prolascima vlakova 1-6 izmjereni uređajem RTS 1





Slika 19. Poprečni pomaci mosta pri prolascima vlakova 1-6 izmjereni uređajem RTS 2

Unatoč milimetarskim iznosima pomaka, uočava se dobro podudaranje uzdužnih pomaka izmjerenih pomoću oba RTS-a, pri čemu se statičke komponente određenih pomaka razlikuju do najviše 1 mm (prolasci 4 i 5). Maksimalna statička komponenta uzdužnog pomaka određena pri istovremenom prolasku oba vlaka iznosila je 7,5 mm za RTS 1 odnosno 6,9 mm za RTS 2, dok je pri prolasku jednog vlaka (prolazak 2) iznosila 4,9 mm za RTS 1 odnosno 4,5 mm za RTS 2. S obzirom na to da su svi navedeni pomaci određeni u vremenu kada su vlakovi prolazili kroz glavni raspon mosta (vremenski interval između događaja 2 i 3), može se sa sigurnošću zaključiti da pokazuju realan odgovor mosta uzrokovan prolaskom vlakova.

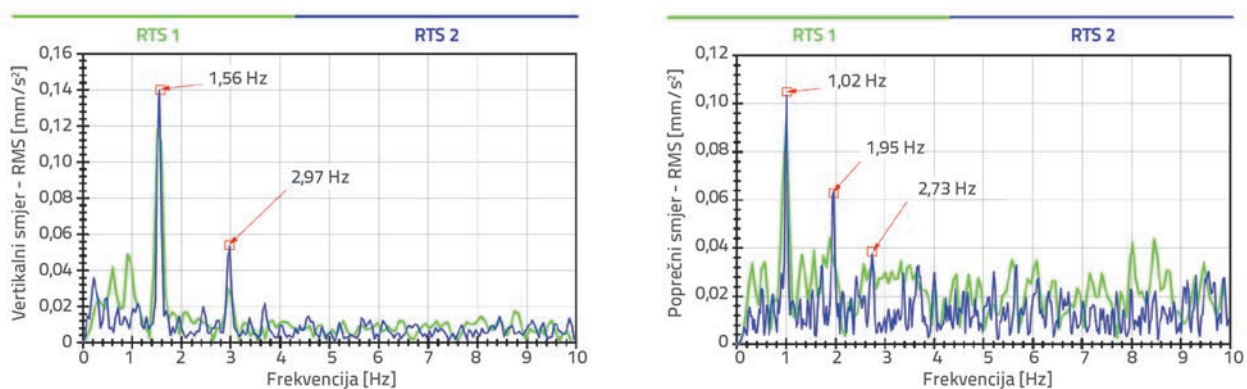
Na slikama 18. i 19. prikazani su poprečni pomaci mosta određeni uređajem RTS 1, odnosno RTS 2. Vrijednosti poprečnih pomaka mosta iznosili su manje od uzdužnih, ali su i dalje iznosili više od procijenjene razine šuma mjerenja. Maksimalna statička komponenta poprečnog pomaka iznosila je 6,7 mm za RTS 2 odnosno 5,1 mm za RTS 1 tijekom prolaska 6, dok su iznosi pomaka tijekom prolaska 1-5 iznosili do maksimalnih 4,3 mm. Veća razina poprečnog pomaka za prolazak 6 je očekivana jer je tijekom tog prolaska vlak na istočnom kolosijeku kasnio otprilike 9 sekundi, odnosno 187 m u odnosu na vlak u zapadnom kolosijeku, što je uzrokovalo pobudu mosta u poprečnom smjeru.

Kao i kod pomaka u vertikalnom smjeru, dinamičke komponente pomaka izmjerene u uzdužnom i poprečnom smjeru u rasponu su od  $\pm 2$  mm za RTS 1 te  $\pm 1$  mm za RTS 2. Može se zaključiti da prikazane dinamičke komponente horizontalnih pomaka određene mjerenjem RTS-om nisu pouzdane i da su prije svega posljedica šuma i pogreške mjerenja.

Kao što se može vidjeti iz prikazanih rezultata, oba RTS-a odredila su statičke komponente pomaka pri prolascima vlakova s odstupanjima koja su unutar  $\pm 1$  mm, osim za poprečni pomak pri prolasku 6 gdje je razlika iznosila 1,6 mm.

### 5.3. Određivanje vlastitih frekvencija mosta

U sljedećem koraku obrade podataka provedeno je određivanje vlastitih frekvencija mosta na temelju pomaka izmjerenih RTS-om. Brza Fourierova transformacija (FFT) korištena je za prebacivanje zapisa pomaka izmjerenih RTS-om iz vremenskog u frekvencijsko područje. Vlastite frekvencije su određene kao rezonantni vrhovi spektralnih funkcija. Slika 20. prikazuje spektralne funkcije određene iz dinamičkih pomaka za oba RTS uređaja, u vertikalnom i poprečnom smjeru. Prikazane spektralne funkcije su dobivene osrednjivanjem spektralnih zapisa za svih 6 prolazaka kompozicija preko mosta. Iz



Slika 20. Spektralne funkcije i vlastite frekvencije određene iz RTS mjerenja u vertikalnom i poprečnom smjeru



izmjenjenih vertikalnih pomaka određene su vlastite frekvencije na 1,56 Hz i 2,97 Hz, a iz poprečnih pomaka određene su vlastite frekvencije na 1,02 Hz, 1,95 Hz i 2,73 Hz. Iz prikazanih spektralnih zapisa može se uočiti da RTS 2 daje nešto čišće rezonantne vrhove.

Vlastite frekvencije određene na temelju pomaka izmjerenih RTS-om uspoređene su s vlastitim frekvencijama koje su određene operacionalnom modalnom analizom (OMA) te onima koje su određene numeričkim proračunom MKE. Prostorni numerički model izrađen je u programskom paketu SAP2000 v15.2.1. Karakteristike materijala i dimenzije pojedinih nosivih elemenata korištene pri izradi modela preuzete su iz projekta ojačanja konstrukcije [23].

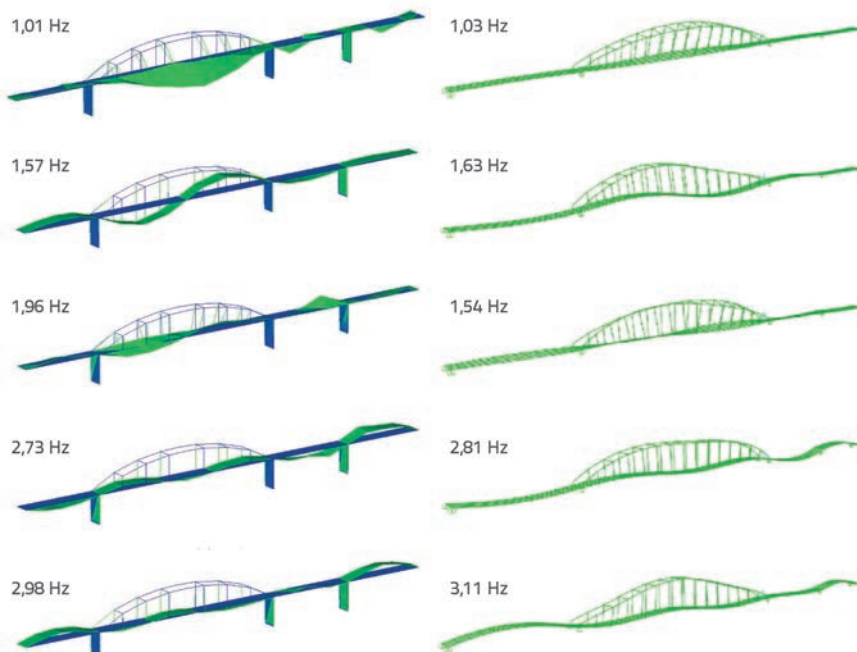
OMA je provedena pri ambijentalnim pobudama, a vlastite frekvencije, modalni oblici i koeficijenti prigušenja određeni su metodama dekompozicije frekvencijskog područja (FDD), pri mjerenju je korišten programski paket Pulse tvrtke Brüel&Kjær. Navedene metode temeljene su na singularnoj dekompoziciji matrica spektralnih gustoća izmjerenih odgovora [24]. Mjerenje je provedeno na 42 mjerne točke, a u svakoj točki akceleracije su mjerene u vertikalnom i poprečnom smjeru, što daje ukupno 84 mjerena stupnja slobode. Vlastite frekvencije određene su na temelju 84 izmjerena odgovora konstrukcije, a standardna odstupanja iznose 0,01 Hz do 0,06 Hz pa možemo zaključiti da primijenjena metoda daje pouzdane rezultate.

Ekperimentalno i numerički određeni modalni oblici zajedno s odgovarajućim vlastitim frekvencijama prikazani su na slici 21. Usporedba vlastitih frekvencija određenih na temelju mjerenja pomaka RTS-om s onima određenom operacionalnom modalnom analizom i numeričkim proračunom prikazana je u tablici 2.

Tablica 2. Vlastite frekvencije mosta

OMA Vi. frek. ± st. dev. [Hz]	RTS Vi. frek. [Hz]	MKE Vi. frek. [Hz]
1,01 ± 0,01	1,02	1,03
1,57 ± 0,06	1,56	1,63
1,96 ± 0,01	1,95	1,54
2,73 ± 0,03	2,73	2,81
2,98 ± 0,04	2,97	3,11

Prikazane vlastite frekvencije izmjerene operacionalnom modalnom analizom (OMA) i na temelju mjerenja pomaka RTS-om pokazuju izvrsno podudaranje. Numerički određene



Slika 21. Ekperimentalni-OMA (lijevo) i numerički-MKE (desno) modalni oblici s odgovarajućim frekvencijama

vlastite frekvencije (MKE) pokazuju određena odstupanja od ekperimentalno određenih vrijednosti. Rezultati numeričkih modela ovisni su o ulaznim parametrima kao što su mehaničke karakteristike materijala, geometrija i rubni uvjeti, koji se često ne mogu obuhvatiti s dostatnom točnošću.

Iz prikazanih rezultata možemo zaključiti da se RTS uređaji s mjernom frekvencijom od 10 do 20 Hz mogu koristiti za određivanje vlastitih frekvencija mostova srednjih i velikih raspona čije su vlastite frekvencije ispod 5 Hz. Pri određivanju vlastitih frekvencija, preciznost mjerenja pomaka nije presudna, međutim vrlo je važno da je mjerenje provedeno sa zadovoljavajućom mjernom frekvencijom.

## 6. Zaključak

U radu je prikazano ispitivanje i mogućnost primjene RTS-a u dinamičkom ispitivanju željezničkog mosta "Sava" nakon njegove rekonstrukcije. Dva RTS-a su mjerila pomake mosta uzrokovane prolascima dvaju vlakova brzinama od 20 do 75 km/h. Cilj rada bio je ocijeniti mogućnosti primjene RTS-a za mjerenje pomaka iznosa od nekoliko milimetara pri dinamičkom djelovanju opterećenja na mostu te mogućnosti određivanja vlastitih frekvencija mosta na temelju izmjerenih dinamičkih pomaka.

Vertikalni pomaci određeni pri prolasku vlakova preko mosta iznosili su do 67,8 mm, a horizontalni (uzdužni i poprečni) pomaci iznosili su do 7,5 mm.

Oba RTS-a odredila su gotovo iste vrijednosti vertikalnih pomaka. Razlike između statičkih komponenti vertikalnih pomaka određenih pomoću dva RTS-a iznose do 1 mm, osim u prolasku

6 gdje je razlika maksimalnog izmjerenog pomaka iznosila 2,3 mm. Razlike između statičkih komponenti horizontalnih pomaka iznosile su do 1,6 mm. Unatoč milimetarskim iznosima pomaka uočava se dobro podudaranje horizontalnih pomaka izmjerenih pomoću oba RTS-a. S obzirom na to da su navedeni pomaci određeni u vremenu kada su vlakovi prolazili kroz glavni raspon mosta (vremenski interval između događaja 2 i 3), može se sa sigurnošću zaključiti da izmjereni horizontalni pomaci pokazuju realan odgovor mosta uzrokovan prolaskom vlakova.

Pri prolascima vlakova RTS je pokazao mogućnost određivanja statičkih komponenti pomaka mosta od nekoliko milimetara (horizontalni pomaci mosta) sa zadovoljavajućom preciznosti, dok su dinamičke komponente pomaka određene RTS uređajima nepouzdanje i može se zaključiti da su prije svega posljedica šuma i pogreške mjerenja.

Zapisi pomaka izmjereni RTS-om prebačeni su iz vremenskog u frekvencijsko područje pomoću brze Fourierove transformacije (FFT). Iz spektralnih funkcija je određeno pet vlastitih frekvencija mosta, iz izmjerenih vertikalnih pomaka određene su vlastite frekvencije na 1,56 Hz i 2,97 Hz, a iz poprečnih pomaka određene su vlastite frekvencije na 1,02 Hz, 1,95 Hz i 2,73 Hz. Vlastite frekvencije određene na temelju mjerenja pomaka RTS-om pokazuju izvrsno podudaranje s vlastitim frekvencijama određenih iz mjerenja ambijentalnih akceleracija na 42 mjerne točke u vertikalnom i poprečnom smjeru.

Iz rezultata ispitivanja RTS uređaja na ispitnom polju prikazanih u poglavlju 4 vidljivo je da nije moguće precizno odrediti amplitudne karakteristike dinamičkih pomaka manjih od 4 mm. Međutim, iz istih zapisa mjerenja simuliranih sinusnih pomaka amplituda 1 mm, 2 mm i 4 mm bilo je moguće odrediti frekvencijske karakteristike do 3 Hz uređajem RTS 1, a uređajem RTS 2 određene su frekvencije do 5 Hz.

Rezultati prikazani u ovom radu pokazuju da pri dinamičkom djelovanju opterećenja na mostovima RTS uređaji mogu s dovoljnom preciznošću odrediti statičke komponente pomaka od nekoliko milimetara, dok se iz dinamičkih komponenta pomaka mogu odrediti vlastite frekvencije ispod 3 Hz. Možemo zaključiti da su RTS uređaji pogodni za monitoring mostova srednjih i velikih raspona te da nisu ograničeni samo za monitoring konstrukcija koje karakteriziraju pomaci veći od jednog centimetra. Važno je istaknuti da se s daljnjim povećanjem preciznosti i frekvencije mjerenja uređaja koje se očekuje u bliskoj budućnosti, očekuju i pomicanja granica mogućnosti primjene geodetskih uređaja pri mjerenju dinamičkih pomaka na konstrukcijama.

## Zahvala

Ovaj rad je financirala Hrvatska zaklada za znanost projektom HRZZ-IP-11-2013-7714.

## LITERATURA

- [1] Paar, R.: Geoprostorne baze podataka objekata u sustavu gospodarenja autocestama Republike Hrvatske. Doktorski rad. Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb, 2010.
- [2] HZN: HRN U.M1.046:1984, Ispitivanje mostova pokusnim opterećenjem.
- [3] Kapović, Z., Herceg, Lj., Krolo, J.: Test loading of the Dubrovnik Bridge. *Allgemeine Vermessungs-Nachrichten*, (2005) 130, pp. 258-262.
- [4] Kovačić, B., Kamnik, R.: Accuracy of trigonometric heighting and monitoring the vertical displacements. *Engineering Modelling*, 20 (2007), 1-4, pp. 77-84.
- [5] Cosser, E., Roberts, G.W., Meng, X., Dodson, A. H.: Measuring the dynamic deformation of bridges using a total station. In *Proceedings of the 11<sup>th</sup> FIG Symposium on Deformation Measurements*, Santorini, Greece, pp. 605-612, 2003.
- [6] Roberts, G.W., Cosser, E., Meng, X., Dodson, A.H.: High frequency deflection monitoring of bridges by GPS, *Journal of Global Positioning Systems*, 3 (2004), pp. 226-231, <https://doi.org/10.5081/jgps.3.1.226>
- [7] Li, X.: Integration of GPS, accelerometers and optical fibre sensors for structural deformation monitoring. In *Proceedings of the 17<sup>th</sup> International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation*. Long Beach, California, pp. 211-224, 2004.
- [8] Ogaja, C., Li, X., Rizos, C.: Advances in structural monitoring with Global Positioning System technology: 1997-2006. *Journal of Applied Geodesy*, 1 (2007), pp. 171-179, <https://doi.org/10.1515/jag.2007.019>
- [9] Wieser, A., Brunner, F. K.: Analysis of bridge deformations using continuous GPS measurements. In *Proceedings of 2<sup>th</sup> International Conference of Engineering Surveying - INGEO 2002*, Bratislava, Slovakia, 2002.
- [10] Psimoulis, P., Stiros, S.: Measuring Deflections of a Short-Span Railway Bridge Using a Robotic Total Station. *Journal of Bridge Engineering*, 18 (2013), pp. 182-185, [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)BE.1943-5592.0000334](https://doi.org/10.1061/(ASCE)BE.1943-5592.0000334)
- [11] Stempfhuber, W.: Verification of the Trimble universal total station (UTS) performance for kinematic applications. In *Proceedings of Optical 3-D Measurement Techniques IX*, Vienna, Austria, pp. 211-221, 2009.
- [12] Psimoulis, P., Stiros, S.: Measurement of deflections and of oscillation frequencies of engineering structures using robotic theodolites (RTS), *Engineering Structures*, 29 (2007), pp. 3312-3324, <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2007.09.006>
- [13] Gikas, V., Daskalakis, S.: Full scale validation of tracking total stations using a long stroke electrodynamic shaker. In *Proceedings of 23<sup>th</sup> International FIG Congress*, Munich, Germany, 2006.

- [14] Gikas, V., Daskalakis, S.: Comparative testing and analysis of RTS vs. GPS for structural monitoring using calibration measurements upon sinusoidal excitation. In Proceedings of 13<sup>th</sup> FIG Symposium on Deformation Measurement and Analysis. Lisbon, Portugal, 2008.
- [15] Palazzo, D.R., Friedmann, R.M.P., Nadal, C.A., Filho, M.L.S., Veiga, L.A.K., Faggion, P.L.: Dynamic monitoring of structures using a robotic total station, In Proceedings of 23<sup>th</sup> International FIG Congress, Munich, Germany, 2006.
- [16] Pravilnik o tehničkim uvjetima za sigurnost željezničkoga prometa kojima moraju udovoljavati željezničke pruge, Narodne novine 128/2008, Zagreb.
- [17] Psimoulis, P., Stiros, S.: Monitoring of rigid structures using GPS and RTS – experimental and field evidence. In Proceedings of 4<sup>th</sup> International Conference of Engineering Surveying - INGEO 2008, Bratislava, Slovakia, 2008.
- [18] Marendić, A., Kapović, Z., Paar, R.: Mogućnosti geodetskih instrumenata u određivanju dinamičkih pomaka građevina. Geodetski list, 3 (2013), pp.175-190
- [19] Lekidis, V., Tsakiri, M., Makra, K., Karakostas, C., Klimis, N., Sous, I.: Evaluation of dynamic response and local soil effects of the Evripos cable-stayed bridge using multi-sensor monitoring systems. Engineering Geology, 79 (2005), pp. 43–59, <https://doi.org/10.1016/j.enggeo.2004.10.015>
- [20] Zarikas, V., Gikas, V., Kitsos C.P.: Evaluation of the optimal design "cosinor model" for enhancing the potential of robotic theodolite kinematic observations. Measurements, 43 (2013), pp. 1416-1424.
- [21] Stiros, S., Psimoulis, P., Kokkinou, E.: Errors introduced by fluctuations in the sampling rate of automatically recording uređajs: experimental and theoretical approach, Journal of Surveying Engineering, 134 (3), 2008, pp. 89-93, [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9453\(2008\)134:3\(89\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9453(2008)134:3(89))
- [22] Marendić, A.: Primjena geodetskih mjernih sustava u nadgledanju građevina s naglaskom na praćenje dinamičkih pomaka. Doktorski rad. Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb, 2011.
- [23] Vranješ, B., Žderić, P.K., Vlahović, Z.: Glavni projekt rekonstrukcije i održavanja mosta Sava u Zagrebu, u km 427+754,06 pruge M202 Zagreb Gk – Rijeka, Građevinski projekt nosive čelične konstrukcije, br. 2336-Č/III, METAL - PROJEKT d.o.o., Zagreb, listopad 2010.
- [24] Brincker, R., Zhang L., Andersen, P.: Modal identification of output-only systems using frequency domain decomposition. Smart Materials and structures, 10 (2001), pp. 441–445, <https://doi.org/10.1088/0964-1726/10/3/303>