

Primljen / Received: 1.4.2011.
Ispravljen / Corrected: 22.9.2011.
Prihvaćen / Accepted: 24.1.2012.
Online / Online: 15.2.2012.

Dijagrami interakcije za AB kružni poprečni presjek

Autori:



Mr.sc. **Željko Smolčić**, dipl.ing.građ.
Sveučilište u Rijeci
Građevinski fakultet
zeljko.smolcic@ri.t-com.hr



Doc.dr.sc. **Davor Grandić**, dipl.ing.građ.
Sveučilište u Rijeci
Građevinski fakultet
davor.gradic@gradri.hr

Pregledni rad

Željko Smolčić, Davor Grandić

Dijagrami interakcije za AB kružni poprečni presjek

U radu je opisan postupak izrade dijagrama interakcije za armiranobetonske kružne poprečne presjeke prema normi HRN EN 1992-1-1. Uvođenjem novih razreda čvrstoće betona s nešto drugačijim parametrima proračunskog dijagrama naprezanje-relativna deformacija dolazi do potrebe izrade novih dijagrama interakcije. Proveden je postupak proračuna temeljem kojeg su izrađeni dijagrami interakcije za kružni poprečni presjek za sve razrede betona. Primjenom dobivenih dijagrama interakcije pojednostavljuje se postupak dimenzioniranja armiranobetonskih kružnih poprečnih presjeka.

Ključne riječi:

armirani beton, dimenzioniranje, kružni poprečni presjek, dijagrami interakcije

Subject review

Željko Smolčić, Davor Grandić

Interaction diagrams for reinforced concrete circular cross-section

The procedure for creating interaction diagrams for reinforced-concrete circular cross-sections, based on HRN EN 1992-1-1, is described in the paper. Due to introduction of new concrete strength classes, with somewhat different parameters for the stress-relative strain diagram, it has become necessary to develop new interaction diagrams. The computation procedure based on which circular cross section interaction diagrams were made for all concrete classes, was conducted. The use of these interaction diagrams will simplify dimensioning of reinforced-concrete circular cross-sections.

Key words:

reinforced concrete, dimensioning, circular cross-section, interaction diagrams

Übersichtsarbeit

Željko Smolčić, Davor Grandić

Interaktionsdiagramm für Stahlbeton-Kreisquerschnitte

In der Arbeit wurde das Erstellungsverfahren des Interaktionsdiagramms für Stahlbeton-Kreisquerschnitte nach Norm HRN EN 1992-1-1 beschrieben. Mit der Einführung von neuen Betonfestigkeitsklassen mit etwas abgeänderten Parametern des Berechnungsdiagramms führt die Spannung – relative Deformierung zu einem Bedarf an der Erstellung von neuen Interaktionsdiagrammen. Es wurde das Berechnungsverfahren durchgeführt, auf Grund welchem die Interaktionsdiagramme für den Kreisquerschnitt für alle Betonklassen ausgearbeitet wurden. Durch Anwendung der erhaltenen Interaktionsdiagramme wird das Dimensionierungsverfahren von Stahlbeton-Kreisquerschnitten vereinfacht.

Schlüsselwörter:

Stahlbeton, Dimensionieren, Kreisquerschnitt, Interaktionsdiagramm

1. Uvod

Norma HRN EN 1992 [1] donosi nove razrede čvrstoća betona; osim betona razreda C12/15 do razreda C50/60 uvode se i novi, viši razredi betona: C55/67, C60/75, C70/85, C80/95 i C90/105. To znači da se osim betona uobičajenih čvrstoća u širu primjenu normom uvode i betoni velikih čvrstoća, to jest betoni s karakterističnom tlačnom čvrstoćom određenom na valjcima [2] većom od 50 MPa. Budući da su betoni velikih čvrstoća manje duktilni od betona uobičajenih čvrstoća, mijenja se i oblik proračunskog dijagrama naprezanje-relativna deformacija za betone viših razreda. Osim toga, normom HRN EN 1992 [1] mijenja se definicija proračunske tlačne čvrstoće betona u odnosu na normu HRN ENV 1992 [2].

Zbog uvođenja novih razreda betona s promijenjenim oblikom proračunskog dijagrama naprezanje-relativna deformacija za betone viših razreda javlja se potreba za izradom novih dijagrama interakcije za dimenzioniranje armiranobetonskih kružnih poprečnih presjeka na savijanje s uzdužnom silom. Iz istih je razloga potrebno izraditi i dijagrame interakcije za dimenzioniranje pravokutnih poprečnih presjeka. Dosad su u domaćoj literaturi [3] bili dostupni dijagrami interakcije za kružni poprečni presjek prema Jevtiću, načinjeni u skladu s Pravilnikom za beton i armirani beton [4].

Dijagrami interakcije za kružne poprečne presjeke prema normi HRN EN 1992-1-1 već su dostupni u literaturi [5, 6]. U knjizi [6] dani su dijagrami interakcije za kružni poprečni presjek prema normi DIN 1045-1 [7]. Proračunski dijagrami betona prema normama DIN 1045-1 i HRN EN 1992-1-1 su identični za betone razreda C12/15 do C50/60. Dijagrami interakcije za kružni poprečni presjek prema DIN 1045-1 samo se približno mogu koristiti u Hrvatskoj, jer su određeni za proračunske dijagrame naprezanje-relativna deformacija čelika za armiranje s kosom gornjom granom u skladu s DIN 1045-1. Dijagrami interakcije dostupni u literaturi [6] napravljeni su za najveću relativnu deformaciju vlačne armature 0,025 (25‰), dok se u Hrvatskoj uobičajeno rabi 0,02 (20‰). Za betone razreda višega od C50/60 proračunski dijagrami betona i čelika prema normama DIN 1045-1 i HRN EN 1992-1-1 nisu identični, tako da se dijagrami interakcije prema DIN 1045-1 ne mogu koristiti u Hrvatskoj.

U literaturi [5] dani su dijagrami interakcije za kružne poprečne presjeke prema normi EN 1992 samo za betone razreda C12/15 do C50/60 i samo za područje ekscentričnog tlaka.

U ovom se radu daju dijagrami interakcije za kružne poprečne presjeke prema normi HRN EN 1992-1-1 za sve razrede betona, i to za ekscentrični tlak i ekscentrični vlak. Dijagrami interakcije određeni su pomoću računalnog programa Mathcad 2001i [8].

2. Proračunski dijagrami betona i čelika za armiranje

2.1. Proračunski dijagram betona

Prema normi HRN EN 1992-1-1 vrijednost proračunske tlačne čvrstoće određuje se izrazom:

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot f_{ck} / \gamma_c \quad (1)$$

gdje je:

f_{ck} - karakteristična tlačna čvrstoća betona,
 γ_c - parcijalni faktor sigurnosti za beton,
 α_{cc} - koeficijent kojim se u obzir uzimaju dugotrajni učinci na tlačnu čvrstoću i nepovoljni učinci koji su posljedica načina opterećivanja. Preporučena vrijednost prema normi EN 1992-1-1, prihvaćena u prijedlogu hrvatskog nacionalnog dodatka, je $\alpha_{cc} = 1,0$.

Napomena: Tlačna naprezanja i tlačne relativne deformacije dane u ovom radu uzimaju se s negativnim predznakom, dok se vlačna naprezanja i vlačne relativne deformacije uzimaju s pozitivnim predznakom.

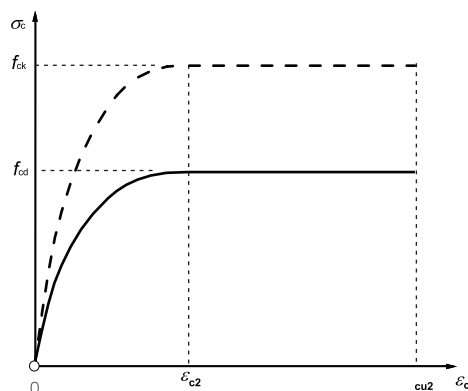
Za dimenzioniranje poprečnih presjeka na savijanje s uzdužnom silom koristi se odnos naprezanje-relativna deformacija betona, prikazan na slici 1. Tu su relativne tlačne deformacije i tlačna naprezanja u betonu prikazani kao apsolutne vrijednosti prema HRN EN 1992-1-1 [1]. Značajke betona prikazane u tablici 1. također su dane kao apsolutne vrijednosti [1]. Naprezanje u betonu može se odrediti prema sljedećim izrazima:

$$\sigma_c = -f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{|\varepsilon_c|}{\varepsilon_{c2}} \right)^n \right] \quad \text{za } -\varepsilon_{c2} \leq \varepsilon_c \leq 0 \quad (2)$$

$$\sigma_c = -f_{cd} \quad \text{za } -\varepsilon_{cu2} \leq \varepsilon_c < -\varepsilon_{c2} \quad (3)$$

$$\sigma_c = 0 \text{ MPa} \quad \text{za } \varepsilon_c > 0 \quad (4)$$

gdje je n eksponent, ε_{c2} je deformacija u trenutku kad je dosegnuta čvrstoća betona, dok je ε_{cu2} krajnja deformacija (tablica 1.).



Slika 1. Dijagram naprezanje-relativna deformacija za tlačno naprezan beton

Tablica 1. Značajke betona prema HRN EN 1992-1-1

| | C12/15-C50/60 | C55/67 | C60/75 | C70/85 | C80/95 | C90/105 |
|-------------------------|---------------|--------|--------|--------|--------|---------|
| f_{ck} (MPa) | 12 do 50 | 55 | 60 | 70 | 80 | 90 |
| ε_{c2} (‰) | 2,0 | 2,2 | 2,3 | 2,4 | 2,5 | 2,6 |
| ε_{cu2} (‰) | 3,5 | 3,1 | 2,9 | 2,7 | 2,6 | 2,6 |
| n | 2,0 | 1,75 | 1,6 | 1,45 | 1,4 | 1,4 |

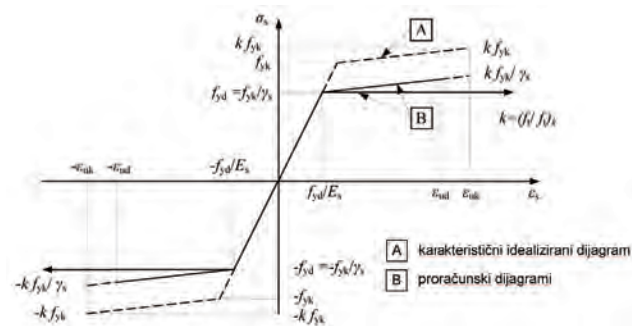
2.2. Proačunski dijagram čelika za armiranje

Na slici 2. prikazani su dijagrami naprezanje-relativna deformacija čelika za armiranje koji prema HRN EN 1992-1-1 u vlak u i tlaku poprima iste vrijednosti.

Prema normi HRN EN 1992-1-1, za dimenzioniranje presjeka može se koristiti jedna od ove dvije pretpostavke (slika 2.):

- nagnuta gornja grana (u tlaku je to donja grana) s ograničenom deformacijom ε_{ud} ,
- horizontalna gornja grana bez potrebe ograničenja deformacije.

Na slici 2. f_{yk} je karakteristična granica popuštanja čelika za armiranje, f_{yd} je računaska granica popuštanja čelika za armiranje, (f_t/f_{yk}) je karakteristična vrijednost omjera granice popuštanja i vlačne čvrstoće, γ_s je parcijalni koeficijent čelika za armiranje a ε_{uk} je karakteristična deformacija čelika za armiranje pri najvećem opterećenju. Slika 2. vrijedi za vlačna i tlačna naprezanja i relativne deformacije.



Slika 2. Dijagrami naprezanje-relativna deformacija ($\sigma_s - \varepsilon_s$) čelika za armiranje

Za konstruiranje dijagrama interakcije koji se prikazuju u ovom radu korišten je proračunski dijagram naprezanje-relativna deformacija za beton s horizontalnom gornjom granom s najvećom deformacijom $\varepsilon_{ud} = 0.02$ (20‰). Naprezanje u armaturi (prema slici 2.) za bilinearni proračunski dijagram čelika s horizontalnom gornjom granom (donjom granom u slučaju tlaka) iznosi:

$$\sigma_s = -f_{yd} \quad \text{za} \quad -\varepsilon_{ud} \leq \varepsilon_s \leq -\varepsilon_{yd} \quad (5)$$

$$\sigma_s = \varepsilon_s \cdot E_s \quad \text{za} \quad -\varepsilon_{yd} < \varepsilon_s < \varepsilon_{yd} \quad (6)$$

$$\sigma_s = f_{yd} \quad \text{za} \quad \varepsilon_{yd} \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{ud} \quad (7)$$

gdje je modul elastičnosti čelika $E_s = 200\,000$ MPa, a f_{yd} računaska granica popuštanja armature.

3. Dijagrami interakcije za kružni poprečni presjek

Na slici 3. i 5. prikazan je kružni poprečni presjek s armaturom. Deformacija betona u nekoj promatranoj točki određuje se prema izrazu:

$$\varepsilon_c = \varepsilon_{c,ed2} + \kappa \left(\frac{h}{2} + z \right) \quad (8)$$

Zakrivljenost poprečnog presjeka određuje se prema izrazu:

$$\kappa = \frac{\varepsilon_{s1} - \varepsilon_{c,ed2}}{d} \quad (9)$$

gdje je:

- ε_{s1} - deformacije armature na donjem rubu na slici 3.,
- $\varepsilon_{c,ed2}$ - deformacija betona na gornjem rubu na slici 3.,
- $\varepsilon_{c,ed1}$ - deformacija betona na donjem rubu na slici 3.,
- z - udaljenost od težišta betonskog presjeka do promatrane točke,
- h - ukupna visina presjeka (promjer),
- d - udaljenost gornjeg ruba betona do armature na donjem rubu,
- d_1 - udaljenost jednoliko raspoređene armature od ruba presjeka.

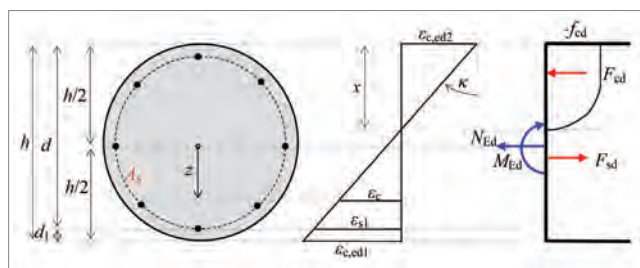
Zbog pretpostavke proračuna da ravni presjeci i nakon deformacije presjeka ostaju ravni (Bernoullijeva hipoteza ravnih presjeka) sve će se točke deformiranog presjeka nalaziti u istoj ravnini (ravni deformacije) koja prolazi kroz neutralnu os presjeka i koja je pod nagibom κ na nedeformiranu ravninu presjeka. Deformacija armature u nekoj točki kružnice na kojoj je jednoliko raspoređena uzdužna armatura određuje se prema izrazu (slike 3. i 5.):

$$\varepsilon_s = \varepsilon_{c,ed2} + \kappa \left(\frac{h}{2} + z \right) = \varepsilon_{c,ed2} + \kappa \left(\frac{h}{2} + r_s \cdot \cos \alpha \right) \quad (10)$$

gdje su r_s i α definirani na slici 5.

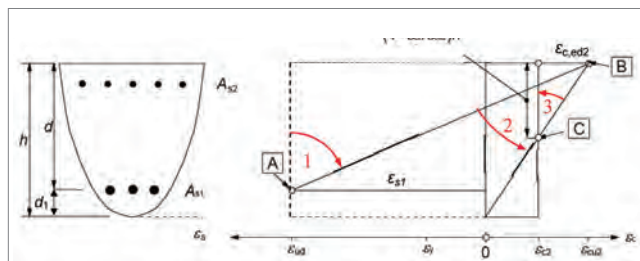
Prema izrazu (7) slijedi da je za određivanje jedne od triju vrijednosti, to jest $\varepsilon_{c,ed2}$, ε_{s1} ili κ , potrebno poznavati preostale dvije vrijednosti. Za potrebe izrade dijagrama interakcije dvije

od tih vrijednosti ($\epsilon_{c,ed2}$, ϵ_{s1}) treba pretpostaviti, to jest varira se položaj ravnine deformacije kojim su određene deformacije i naprezanja u betonu i u armaturi.



Slika 3. Kružni poprečni presjek s raspodelom naprezanja, deformacija i sila

Pomoću dijagrama interakcije može se provesti dimenzioniranje presjeka napregnutih tlačnom ili vlačnom uzdužnom silom i momentom savijanja. Dijagrami se također mogu koristiti za dimenzioniranje presjeka napregnutih savijanjem bez uzdužne sile i presjeka napregnutih samo uzdužnom silom. Ovim slučajevima dimenzioniranje odgovaraju različiti položaji ravnine deformacija. Područja položaja ravnine deformacije općeg poprečnog presjeka prikazana su na slici 4. Položaji ravnine deformacije varirani su rotacijom ravnine deformacije oko osi koje su paralelne s neutralnom osi presjeka te prolaze kroz točke A, B ili C (slika 4.):



Slika 4. Moguće raspodjele deformacija u armiranobetonskom presjeku općeg oblika prema [2]

Područje 1 (rotacija oko točke A)

$\epsilon_{s1} = \epsilon_{ud}$
 $\epsilon_{c,ed2}$ varira se od ϵ_{ud} do $-\epsilon_{cu2}$

Područje 2 (rotacija oko točke B)

$\epsilon_{c,ed2} = -\epsilon_{cu2}$
 ϵ_{s1} varira se od ϵ_{ud} do $(-\epsilon_{cu2}/h) \cdot d_1$

Područje 3 (rotacija oko točke C)

$\epsilon_{c,ed2}$ varira se od $-\epsilon_{cu2}$ do $-\epsilon_{c2}$
 ϵ_{s1} varira se od $(-\epsilon_{cu2}/h) \cdot d_1$ do $-\epsilon_{c2}$

Diferencijalna površina betona može se odrediti prema izrazu (slika 5.):

$$dA_c = b(z) \cdot dz = \left(2\sqrt{r^2 - z^2}\right) dz \tag{11}$$

Diferencijalna površina armature može se odrediti prema slici 5. uz pretpostavku da je armatura jednoliko raspoređena na udaljenosti r_s od težišta poprečnog presjeka betona:

$$dA_s = \frac{A_s}{2 \cdot r_s \cdot \pi} ds = \frac{A_s}{2 \cdot r_s \cdot \pi} (r_s \cdot d\alpha) = \frac{A_s}{2 \cdot \pi} d\alpha \tag{12}$$

Proračunska tlačna sila u betonu određuje se prema izrazu:

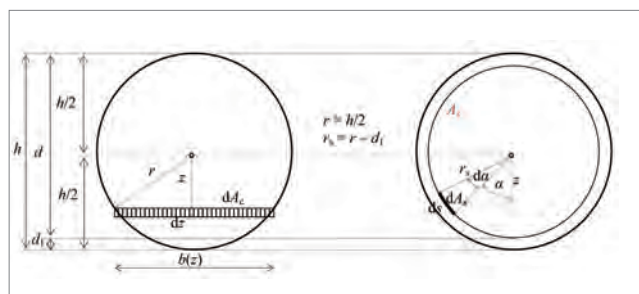
$$F_{cd} = \int_{A_c} \sigma_c \cdot dA_c = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_c \cdot \left[\left(2\sqrt{r^2 - z^2}\right) dz \right] \tag{13}$$

Proračunska sila u armaturi proračunava se pomoću izraza:

$$F_{sd} = \int_{A_s} \sigma_s \cdot dA_s = \int_0^{2\pi} \sigma_s \cdot \left(\frac{A_s}{2 \cdot \pi} d\alpha \right) \tag{14}$$

gdje je:

A_s - ukupna površina presjeka armature,
 r - polumjer kružnog poprečnog presjeka.



Slika 5. Diferencijalne površine betona i armature

U presjecima istodobno napregnutim momentom savijanja i uzdužnom silom potrebno je istovremeno zadovoljiti dva uvjeta:

$$N_{Ed} \leq N_{Rd} , \tag{15}$$

$$M_{Ed} \leq M_{Rd} , \tag{16}$$

gdje je:

N_{Ed} - računski moment savijanja,
 M_{Ed} - otpornost poprečnog presjeka na uzdužne sile,
 N_{Rd} - moment nosivosti presjeka.

Otpornost poprečnog presjeka na uzdužnu silu iznosi:

$$N_{Rd} = F_{cd} + F_{sd} . \tag{17}$$

Kada se izraz (17) uvrsti u izraz (15), dobije se:

$$N_{Ed} \leq F_{cd} + F_{sd} , \tag{18}$$

odnosno kada se u prethodni izraz (18) uvrste izrazi (13) i (14), za F_{cd} i F_{sd} , dobiva se:

$$N_{Ed} \leq \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_c \cdot \left[\left(2\sqrt{r^2 - z^2} \right) dz \right] + \int_0^{2\pi} \sigma_s \cdot \left(\frac{A_s}{2 \cdot \pi} d\alpha \right) \quad (19)$$

Kada se izraz (19) podijeli faktorom $A_c \cdot f_{cd}$, dobiva se:

$$\frac{N_{Ed}}{A_c \cdot f_{cd}} \leq \frac{\int_{-h/2}^{h/2} \sigma_c \cdot \left[\left(2\sqrt{r^2 - z^2} \right) dz \right]}{A_c \cdot f_{cd}} + \frac{A_s \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd}} \cdot \int_0^{2\pi} \sigma_s \cdot \left(\frac{1}{2 \cdot \pi} d\alpha \right) \quad (20)$$

gdje je $A_c = h^2 \pi / 4$ površina betonskog poprečnog presjeka.

U izraz (20) se uvode bezdimenzijska veličina uzdužne sile v_{Ed} i mehanički koeficijent armiranja ω :

$$v_{Ed} = \frac{N_{Ed}}{A_c \cdot f_{cd}} \quad (21)$$

$$\omega = \frac{A_s \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd}} \quad (22)$$

te se za $N_{Ed} = N_{Rd}$ dobiva: (23)

$$v_{Ed} = \frac{\int_{-h/2}^{h/2} \sigma_c \cdot \left[\left(2\sqrt{r^2 - z^2} \right) dz \right]}{A_c \cdot f_{cd}} + \omega \cdot \int_0^{2\pi} \sigma_s \cdot \left(\frac{1}{2 \cdot \pi} d\alpha \right) \quad (24)$$

Računska otpornost poprečnog presjeka na moment savijanja iznosi:

$$M_{Rd} = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_c \cdot z \cdot \left[\left(2\sqrt{r^2 - z^2} \right) dz \right] + \int_0^{2\pi} \sigma_s \cdot z \cdot \left(\frac{A_s}{2 \cdot \pi} d\alpha \right) \quad (25)$$

odnosno:

$$M_{Rd} = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_c \cdot z \cdot \left[\left(2\sqrt{r^2 - z^2} \right) dz \right] + \int_0^{2\pi} \sigma_s \cdot (r_s \cdot \cos \alpha) \cdot \left(\frac{A_s}{2 \cdot \pi} d\alpha \right) \quad (26)$$

Kada se izraz (26) uvrsti u izraz (16), dobije se:

$$M_{Ed} \leq \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_c \cdot z \cdot \left[\left(2\sqrt{r^2 - z^2} \right) dz \right] + \int_0^{2\pi} \sigma_s \cdot (r_s \cdot \cos \alpha) \cdot \left(\frac{A_s}{2 \cdot \pi} d\alpha \right) \quad (27)$$

a zatim se izraz (27) podijeli faktorom $A_c \cdot h \cdot f_{cd}$:

$$\frac{M_{Ed}}{A_c \cdot h \cdot f_{cd}} \leq \frac{\int_{-h/2}^{h/2} \sigma_c \cdot z \cdot \left[\left(2\sqrt{r^2 - z^2} \right) dz \right]}{A_c \cdot h \cdot f_{cd}} + \frac{A_s \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd}} \cdot \int_0^{2\pi} \sigma_s \cdot (r_s \cdot \cos \alpha) \cdot \left(\frac{1}{2 \cdot \pi} d\alpha \right) \quad (28)$$

U izraz (28) uvodi se mehanički koeficijent armiranja ω (izraz (22)) i bezdimenzijska veličina momenta savijanja μ_{Ed} :

$$\mu_{Ed} = \frac{M_{Ed}}{A_c \cdot h \cdot f_{cd}} \quad (29)$$

te se za $M_{Ed} = M_{Rd}$ dobiva algebarska veza između bezdimenzijske veličine momenta savijanja μ_{Ed} i mehaničkog koeficijenta armiranja ω :

$$\mu_{Ed} = \frac{\int_{-h/2}^{h/2} \sigma_c \cdot z \cdot \left[\left(2\sqrt{r^2 - z^2} \right) dz \right]}{A_c \cdot h \cdot f_{cd}} + \omega \cdot \frac{\int_0^{2\pi} \sigma_s \cdot (r_s \cdot \cos \alpha) \cdot \left(\frac{1}{2 \cdot \pi} d\alpha \right)}{h \cdot f_{yd}} \quad (30)$$

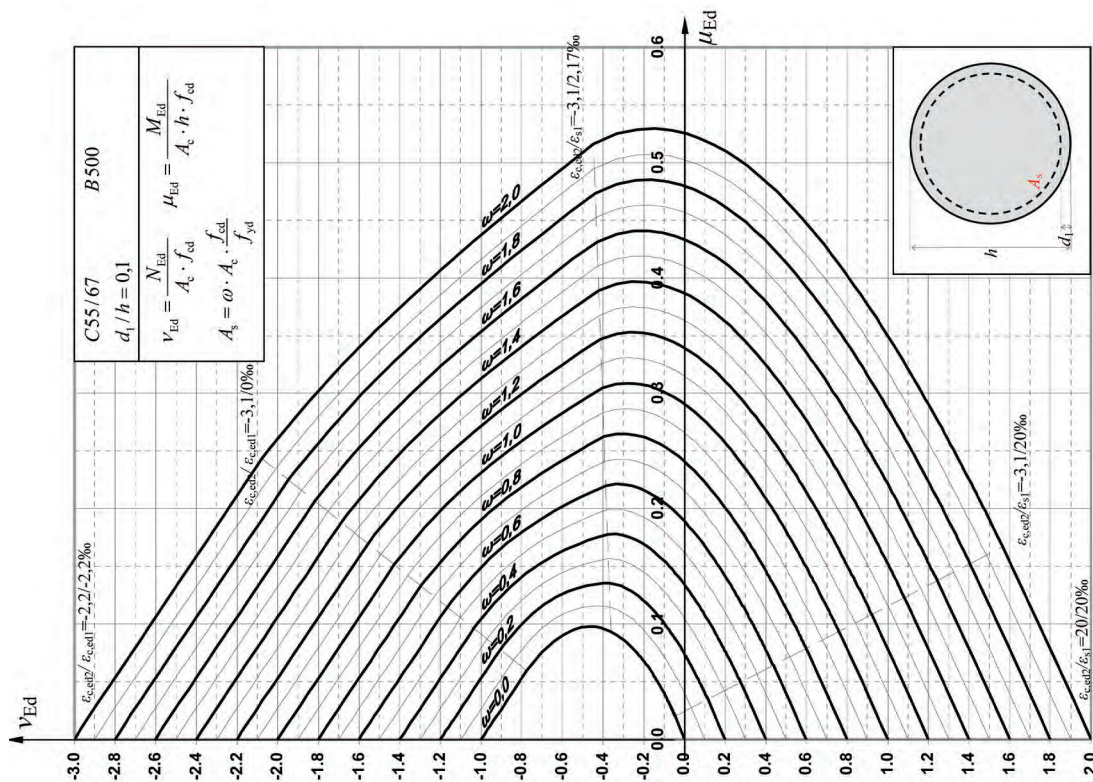
Potrebna se površina presjeka armature, jednoliko raspoređene na udaljenosti r_s od težišta poprečnog presjeka betona, određuje pomoću izraza:

$$A_s = \omega \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} A_c \quad (31)$$

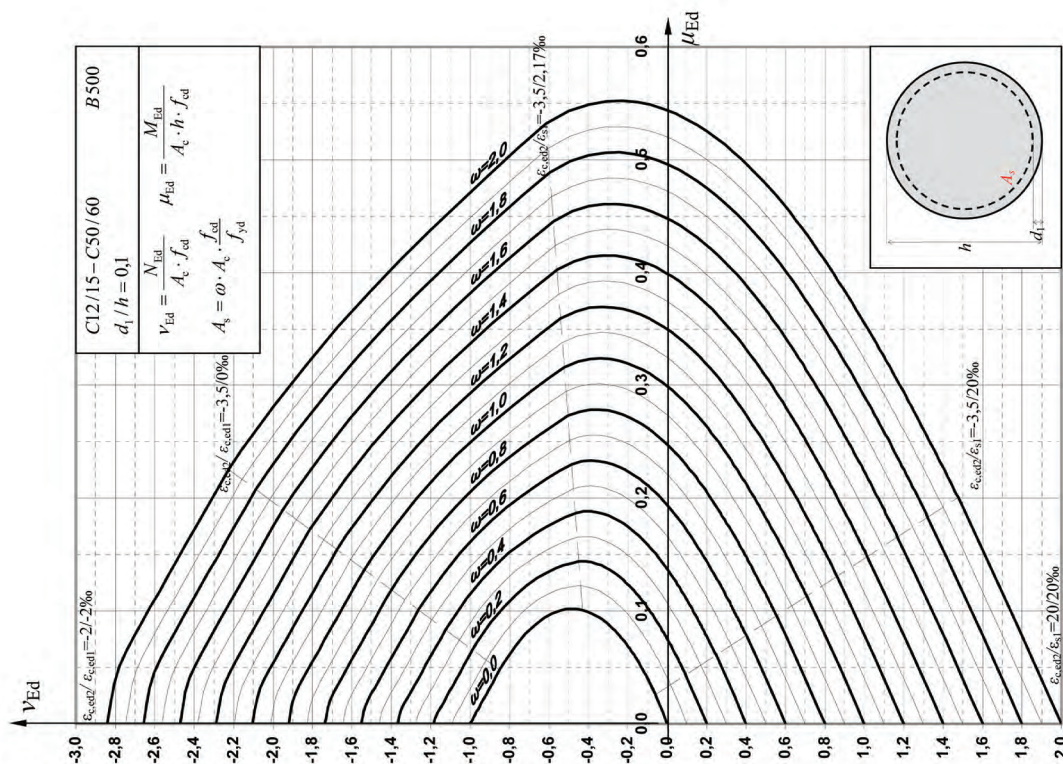
Dijagrami interakcije koji su prikazani na slikama 6. do 11. proračunani su i konstruirani korištenjem jednadžbi ravnoteže (24) i (30). Varirane su deformacije čelika ε_{s1} i betona $\varepsilon_{c,ed2}$ (zakrivljenost κ) i mehanički koeficijent armiranja ω , te su proračunavane vrijednosti v_{Ed} i μ_{Ed} koje su nanese u koordinatni sustav $v_{Ed} - \mu_{Ed}$. Dijagrami interakcije izrađeni su za kružni poprečni presjek i za betone razreda C12/15 do C50/60, C55/67, C60/75, C70/85, C80/95 i C90/105, čelika kvalitete B500 te za omjer $d1/h = 0,1$. Parametri $d1$ i h definirani su izrazom (9).

Jednadžbe ravnoteže (24) i (30) postavljene su tako da vrijede za sva tri područja ravnine deformacija poprečnog presjeka (slika 4.). Analitička rješenja integrala u jednadžbama (24) i (30) nisu izvedena jer bi bila preopširna s obzirom na kružni oblik poprečnog presjeka, već je za proračun dijagrama interakcije korišten računalni program *Mathcad*, pomoću kojeg su provedene numeričke integracije.

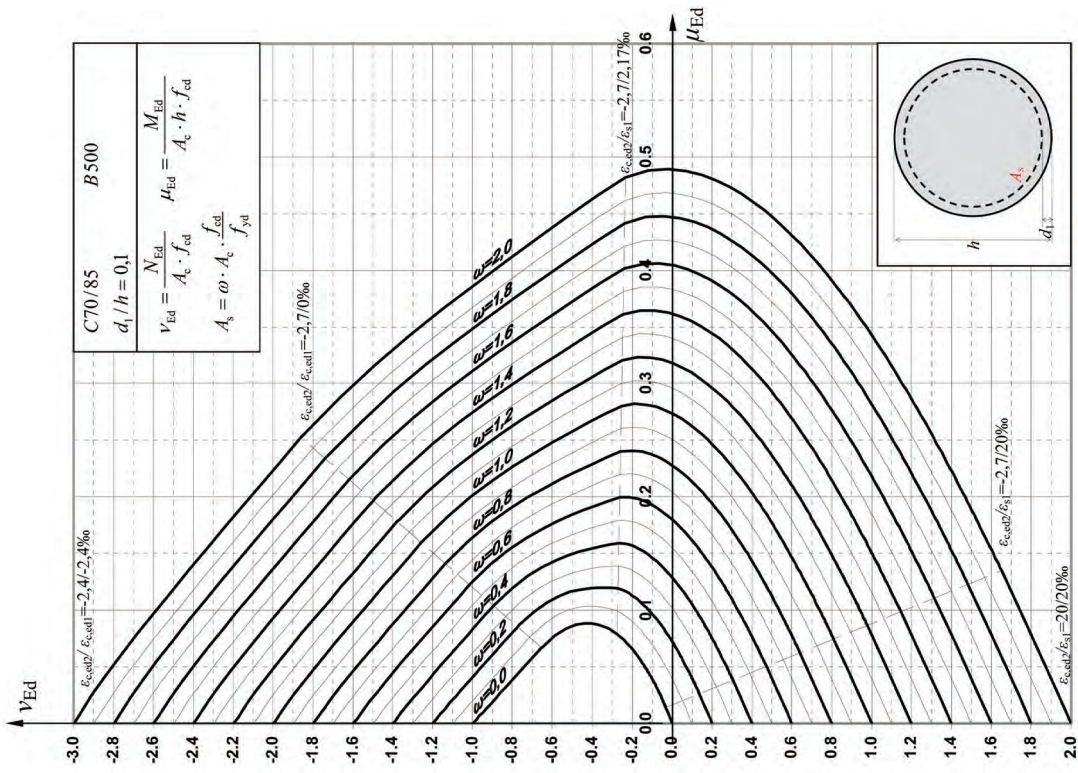
Naprezanja betona σ_c u izrazima (24) i (30) integriraju se po cijeloj visini presjeka, to jest od $-h/2$ do $h/2$. Naprezanja armature σ_s u izrazima (24) i (30) integriraju se po cijeloj kružnici, to jest od kuta $\alpha = 0$ do 2π . Naprezanja u betonu određuju se prema izrazima (2) do (4), a naprezanja u čeliku prema izrazima (5) do (7).



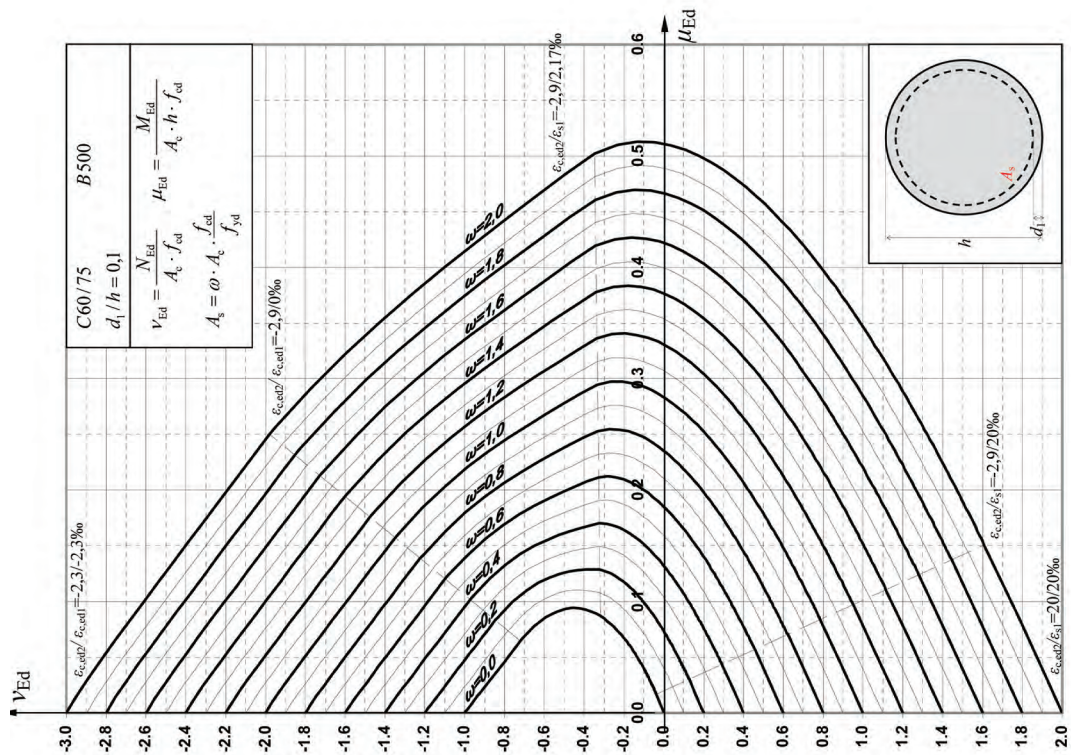
Slika 7. Dijagrami interakcije za kružni poprečni presjek (C55/67, B500, $d_1/h=0,1$)



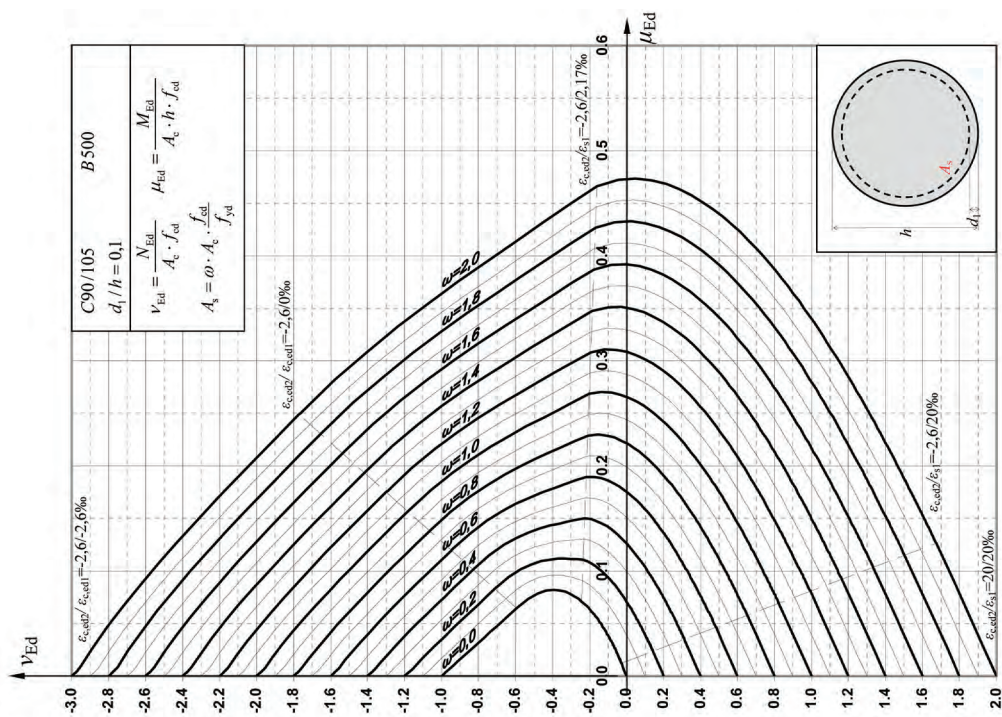
Slika 6. Dijagrami interakcije za kružni poprečni presjek (C12/15 do C50/60, B500, $d_1/h=0,1$)



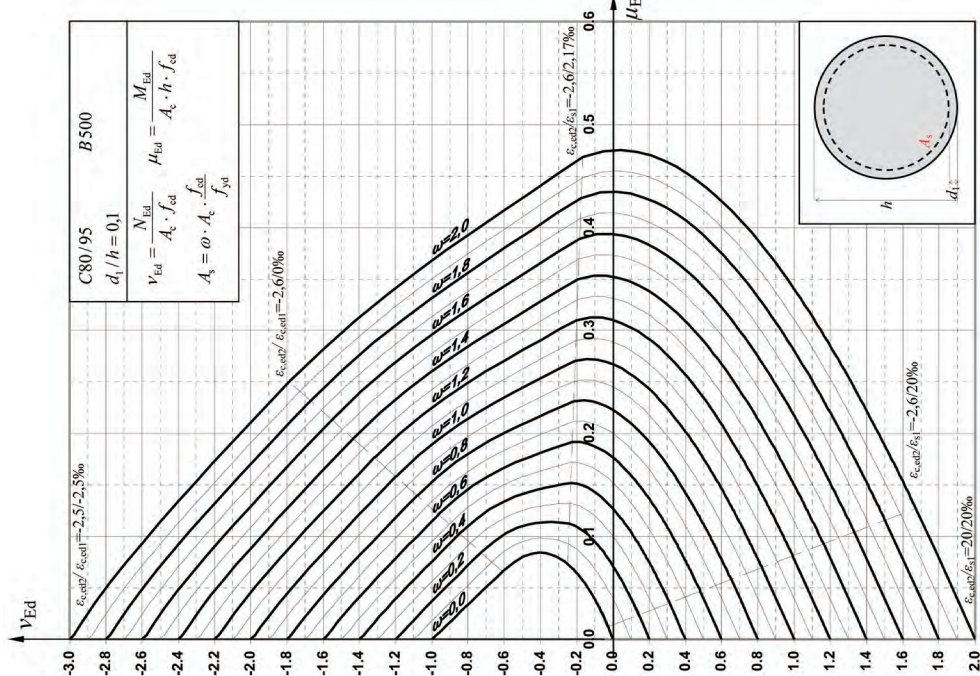
Slika 9. Dijagrami interakcije za kružni poprečni presjek (C70/85, B500, $d_1/h=0,1$)



Slika 8. Dijagrami interakcije za kružni poprečni presjek (C60/75, B500, $d_1/h=0,1$)



Slika 11. Dijagrami interakcije za kružni poprečni presjek (C90/105, B500, d1/h=0,1)



Slika 10. Dijagrami interakcije za kružni poprečni presjek (C80/95, B500, d1/h=0,1)

4. Numerički primjer

Treba dimenzionirati kružni poprečni presjek stupa promjera $h = 50$ cm kod kojeg je armatura jednoliko raspoređena na udaljenosti $d_1 = 5$ cm od ruba presjeka. Predviđa se stup izvesti od betona razreda C30/37 i čelika za armiranje B500B. Na promatrani presjek djeluju računski moment savijanja $M_{Ed} = 392$ kNm i računski tlačna uzdužna sila $N_{Ed} = -1570$ kN

Omjer:

$$\frac{d_1}{h} = \frac{5}{50} = 0,1$$

Računska tlačna čvrstoća betona:

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 1,0 \cdot \frac{30}{1,5} = 20 \text{ MPa}$$

Računska granica popuštanja armature:

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{500}{1,15} = 434,78 \text{ MPa}$$

Površina betonskog poprečnog presjeka:

$$A_c = \frac{h^2 \cdot \pi}{4} = \frac{50^2 \cdot \pi}{4} = 1963,50 \text{ cm}^2$$

Bezdimenzijska veličina uzdužne sile prema izrazu (21):

$$v_{Ed} = \frac{N_{Ed}}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{-1570}{1963,50 \cdot 2,0} = -0,400$$

Bezdimenzijska veličina momenta savijanja prema izrazu (29):

$$\mu_{Ed} = \frac{M_{Ed}}{A_c \cdot h \cdot f_{cd}} = \frac{39200}{1963,50 \cdot 50 \cdot 2,0} = 0,200$$

Mehanički koeficijent armiranja očita se sa slike 6.:

$$v_{Ed} = -0,400, \mu_{Ed} = 0,200 \Rightarrow \omega = 0,46$$

Potrebna se površina armature, jednoliko raspoređena na udaljenosti r_s od težišta poprečnog presjeka betona, određuje pomoću izraza (31):

$$A_s = \omega \frac{f_{cd}}{f_{yd}} A_c = 0,46 \frac{2,0}{43,478} 1963,50 = 41,55 \text{ cm}^2$$

Postotak armiranja za dobivenu armaturu iznosi:

$$\frac{A_s}{A_c} 100 = \frac{41,55}{1963,50} 100 = 2,12\% < 4,0\%$$

(najveća uzdužna armatura za stupove A_{smax} prema [1] iznosi 4 % od A_c)

Kontrola prikazanog primjera dimenzioniranja kružnog poprečnog presjeka provedena je pomoću računalnog programa *Gala Reinforcement 4.1e*® [9]. Taj program služi za dimenzioniranje armiranobetonskih poprečnih presjeka proizvoljnih oblika napreznih ravnim ili kosim savijanjem s uzdužnom silom. Program pronalazi položaj neutralne

osi teorijski točnim iterativnim postupkom zadovoljenja uvjeta ravnoteže vanjskih i unutarnjih sila uz pomoć plošnih integrala. Navedenim programom, koji se stoga može smatrati referentnim, određena površina presjeka armature je 41,76 cm² (36 šipki armature), uz $\epsilon_{c,ed2} = -3,5\%$, $\epsilon_{s1} = 2,612\%$ i $x = 25,77$ cm, gdje je x visina tlačnog područja presjeka. Vidi se da je razlika u odnosu na armaturu određenu pomoću dijagrama interakcija zanemarivo mala.

5. Zaključak

Prikazani su dijagrami interakcije za kružni poprečni presjek prema normi HRN EN 1992-1-1 za sve razrede betona. Prednost prikazanih jednadžbi ravnoteže je u tome što vrijede u svim područjima ravnine deformacije poprečnog presjeka i što su prilagođene računalnim programima koji imaju mogućnost programiranja proračunskih procedura, kao što je program *Mathcad*. Nedostatak opisanog postupka je relativno dugo trajanje proračuna dijagrama interakcije, jer za svaki položaj ravnine deformacije treba proračunati integral naprezanja u betonu po površini poprečnog presjeka betona. Međutim, s obzirom na brzinu današnjih osobnih računala to više ne predstavlja problem – predvidivo vrijeme proračuna dijagrama interakcija za jedan razred betona na osobnom računalu je približno deset sekundi.

Pomoću prikazanih dijagrama interakcije mogu se jednostavno i dovoljno točno dimenzionirati kružni armiranobetonski poprečni presjeci. Takvi poprečni presjeci se u praksi često susreću, jer su mnogi stupovi zgrada i mostova kružnog poprečnog presjeka. Iako su danas na raspolaganju mnogi komercijalni računalni programski paketi pomoću kojih se može provoditi proračun i automatsko dimenzioniranje armiranobetonskih konstrukcija, još uvijek postoji potreba za pomagalima za dimenzioniranje kao što su dijagrami interakcije.

Dijagrami interakcije mogu, između ostalog, poslužiti kao kontrola dimenzioniranja provedenih pomoću računalnih programskih paketa u kojima su programirane procedure često podložne određenim pojednostavljenjima ili korisnicima programskih paketa nepoznatim interpretacijama normi i teorije armiranobetonskih konstrukcija.

LITERATURA

- [1] HRN EN 1992-1-1, Eurokod 2: *Projektiranje betonskih konstrukcija - 1-1. dio: Opća pravila i pravila za zgrade* (EN 1992-1-1:2004+AC:2008) (prema EN1992-1-1:2004), HZN, Zagreb, 2008.
- [2] HRN ENV 1992-1-1, Eurokod 2: *Projektiranje betonskih konstrukcija - 1-1. dio: Opća pravila i pravila za zgrade* (prema ENV 1992-1-1:1991), DZNM, Zagreb, 2004.
- [3] Tomičić, I.: *Priručnik za proračun AB konstrukcija, DHGK, Zagreb, 1993.*
- [4] *Pravilnik o tehničkim normativima za beton i armirani beton*, Službeni list broj 11/87.
- [5] Narayanan, R. S.; Beeby, A.: *Designer's Guide to EN 1992-1-1 and 1992-1-2*, Thomas Telford, London, 2005.
- [6] Zilch, K.; Zehetmaier, G.: *Bemessung im konstruktiven Betonbau Nach DIN 1045-1 (Fassung 2008) und EN 1992-1-1 (Eurocode 2)*, Springer, Berlin, Heidelberg, 2010.
- [7] DIN 1045-1: *Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton; Teil 1: Bemessung und Konstruktion, Betonkalender 2009*, Ernst & Sohn, Berlin, 2009.
- [8] *Mathcad 2001i - User's Guide with Reference Manual, 2001*, MathSoft Engineering & Education.
- [9] Alashki, I.: *Računalni program Gala Reinforcement 4.1e*®, Alashki.e.c Group, Sofija, Bugarska, 2010.