

# Otkrivanje oštećenja ploča usporedbom zakrivljenosti utjecajnih ploha progiba

Ivana Štimac Grandić, Ante Mihanović, Ivica Kožar

## Ključne riječi

ploča,  
oštećenje,  
utjecajna ploha,  
progib,  
zakrivljenost,  
mjerno mjesto

## Key words

slab,  
damage,  
area of influence,  
deflection,  
curvature,  
measurement point

## Mots clés

dalle,  
endommagement,  
aire d'influence,  
déflexion,  
courbature,  
point de mesure

## Ключевые слова

плита,  
повреждение,  
поверхность влияния,  
прогиб,  
кривизна,  
измерительное место

## Schlüsselworte

Platte,  
Beschädigung,  
Einflussfläche,  
Durchbiegung,  
Krümmung,  
Messungsstelle

I. Štimac Grandić, A. Mihanović, I. Kožar

Izvorni znanstveni rad

## Otkrivanje oštećenja ploča usporedbom zakrivljenosti utjecajnih ploha progiba

U radu je razvijena metoda otkrivanja oštećenja ploča zasnovana na usporedbi zakrivljenosti utjecajnih ploha progiba za oštećeno i neoštećeno stanje konstrukcije. Primjenljivost predloženog postupka analizirana je numeričkim simulacijama. Pokazano je da metoda ne iziskuje veliki broj mjernih mjesta. Za konstrukcije preko jednog polja preporučljivo je imati dva mjerna mjesta unutar polja, a za konstrukcije preko dva i više polja dovoljno je po jedno mjerno mjesto u svakom polju.

I. Štimac Grandić, A. Mihanović, I. Kožar

Original scientific paper

## Slab damage detection by comparing curvature of relevant deflection areas

The method of slab damage detection by comparing curvature of deflection-related areas of influence, for damaged and undamaged states of structure, is presented in the paper. The applicability of the procedure is analyzed through numerical simulations. The results have shown that the method does not call for a considerable number of measurement points. Two measurement points within a field should be planned for structures with more than one field, while one measurement point per field is considered sufficient for structures spreading over two or more fields.

I. Štimac Grandić, A. Mihanović, I. Kožar

Ouvrage scientifique original

## Détection d'endommagement des dalles en comparant la courbature des zones de déflexion pertinentes

La méthode de détection d'endommagement des dalles en comparant la courbature des aires d'influence pertinentes à la déflexion, pour la structure avec endommagement et sans endommagement, est présentée dans l'ouvrage. L'applicabilité du procédé est analysée à l'aide des simulations numériques. Les résultats ont montré que la méthode ne nécessite pas un grand nombre des points de mesure. Deux points de mesure par un champ devraient être prévus pour structures à plus d'un champs, tandis que un point de mesure par champ est considéré suffisant pour structures à deux champs ou plus.

И. Штимац Грандич, А. Миханович, И. Коžар

Оригинальная научная работа

## Обнаружение повреждений плит сравнением кривизны поверхностей влияния прогиба

В работе развит метод обнаружения повреждений плит, основанный на сравнении поверхностей влияния прогиба для повреждённого и неповреждённого состояния конструкции. Применение предложенного метода анализировано числовыми симуляциями. Показано, что метод не требует большого числа измерительных мест. Для конструкций через одно поле рекомендуется иметь два измерительных места внутри поля, а для конструкций через два и большее число полей достаточно по одно измерительное место в каждом поле.

I. Štimac Grandić, A. Mihanović, I. Kožar

Wissenschaftlicher Originalbeitrag

## Entdecken der Plattenbeschädigungen durch Vergleich der Krümmungen der Durchbiegungseinflussflächen

Im Artikel entwickelte man eine Methode des Entdeckens von Plattenbeschädigungen, begründet auf dem Vergleich der Krümmungen der Durchbiegungseinflussflächen für den beschädigten und unbeschädigten Zustand der Konstruktion. Die Anwendbarkeit des vorgeschlagenen Verfahrens wurde durch numerische Simulationen analysiert. Es zeigte sich dass die Methode keine grosse Anzahl von Messungsstellen verlangt. Für Einfeldkonstruktionen empfiehlt man zwei Messungsstellen innerhalb des Feldes, und für Konstruktionen über zwei oder mehr Felder genügt je eine Messungsstelle in jedem Feld.

Autori: Dr. sc. **Ivana Štimac Grandić**, Sveučilište u Rijeci Građevinski fakultet; prof. dr. sc. **Ante Mihanović**, Sveučilište u Splitu Građevinsko-arhitektonski fakultet; prof. dr. sc. **Ivica Kožar**, Sveučilište u Rijeci Građevinski fakultet

## 1 Uvod

Otkrivanje oštećenja na konstrukcijama problem je koji zaokuplja znanstvenike već dugi niz godina. Posljednjih desetljeća razvoj novih postupaka za otkrivanje oštećenja postaje vrlo značajan za ocjenu sigurnosti i pouzdanosti. Posebno je zanimljivo područje optimizacije i samog provođenja ispitivanja i matematičkih modela koji služe za obradu podataka dobivenih ispitivanjima. U ovom je radu opisana metoda za otkrivanje područja oštećenja ploče analizom zakrivljenosti utjecajnih ploha progiba pločaste konstrukcije. Metoda ujedinjuje jednostavnost provedbe terenskih ispitivanja i jednostavnu obradu izmjerenih podataka sa svrhom identifikacije oštećenja. Prednost postupka izloženog u radu pred postupcima dostupnim u literaturi [1-8] jest u sljedećem:

- primjena statičkih metoda za konstruiranje utjecajne plohe progiba ima nekoliko prednosti pred dinamičkim metodama: odziv konstrukcije pri statičkom ispitivanju može se izmjeriti mnogo točnije nego odziv koji nastaje kao posljedica modalne uzbude [7], a numerički proračun za statičku analizu zahtijeva samo karakteristike krutosti konstrukcijskog sustava, dok je za dinamičku analizu potrebno uvođenje mase, prigušenja i krutosti
- potreban je mali broj mjernih mjesta
- numerički proračun utjecajne plohe progiba za ploču vrlo je jednostavan ako je ispunjen uvjet da je konstrukcija materijalno i geometrijski linearno elastična.

Ovaj je rad nastavak istraživanja provedenog u svrhu otkrivanja oštećenja na grednim konstrukcijama [9, 10]. Uporaba utjecajnih linija progiba, odnosno analiza njihovih zakrivljenosti, pokazala se kao jednostavan i pouzdan postupak za utvrđivanje smanjenja krutosti na savijanje grednim nosačima primjenom statičkih ispitivanja. Teorijske su pretpostavke za određivanje oštećenja na grednim konstrukcijama potvrđene terenskim ispitivanjima. [9, 10]

## 2 Definiranje utjecajne plohe progiba

### 2.1 Analitička definicija utjecajne plohe progiba

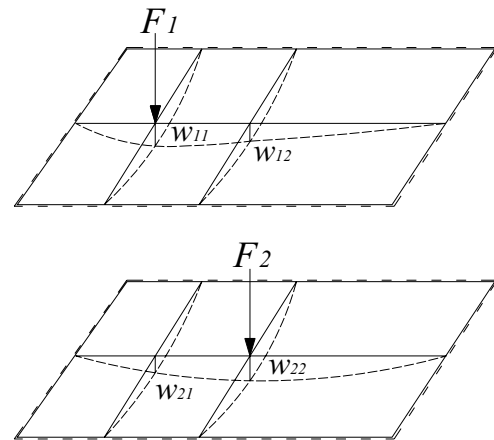
Utjecajnu plohu progiba  $\eta p(x, y)$  predstavlja funkcija  $p(x, y)$  čije ordinate pokazuju veličinu progiba na danom mjestu za proizvoljni položaj jediničnog djelovanja.

Ovako definiranu funkciju  $p(x, y)$  jednostavno se može konstruirati iz načela uzajamnosti pomaka, uz pretpostavku da je promatrani sustav materijalno i geometrijski linearno elastičan.

Zakon uzajamnosti pomaka (Maxwellov teorem) definira:

Pomak na mjestu  $i$  u smjeru prve jedinične sile  $F_1$  uzrokovan drugom jediničnom silom  $F_2$  jednak je pomaku

na mjestu  $i$  u smjeru druge jedinične sile  $F_2$  izazvan prvom jediničnom silom  $F_1$  (slika 1.).



Slika 1. Uzajamnost pomaka na ploči slobodno oslonjenoj na rubovima

$$F_1 \cdot w_{21}(x, y) = F_2 \cdot w_{12}(x, y) \quad (1)$$

gdje je  $w_{ij}$  progib od djelovanja sile  $i$  na mjestu  $j$ .

Uz  $F_1 = F_2 = 1$  slijedi:

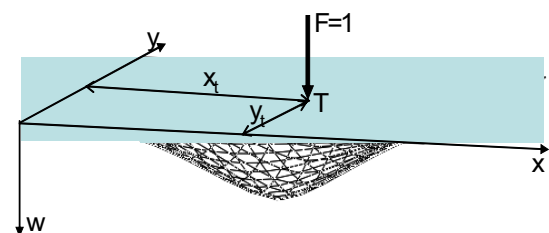
$$w_{21}(x, y) = w_{12}(x, y) \quad (2)$$

Sukladno prethodnom izrazu dolazi se do zaključka da je utjecajna ploha progiba na konkretnom mjestu identična progibnoj plohi konstrukcije nastaloj od djelovanja jedinične sile na tom istom mjestu.

Iz toga slijedi:

$$\eta p_{x_i, y_i}(x, y) = p_{x_i, y_i}(x, y) \quad (3)$$

gdje su  $x_i$  i  $y_i$  koordinate mjesta za koje tražimo utjecajnu plohu (slika 2.).



Slika 2. Progibna ploha od jedinične sile na mjestu T

Za opći slučaj opterećenja  $f(x, y)$ , primjenom konvolucije, utjecajna ploha progiba može se predstaviti funkcijom koja je dobivena prema izrazu:

$$\begin{aligned} \eta w_{x_i, y_i}(x, y) &= f(x, y) \cdot p_{x_i, y_i}(x, y) = \\ &= \int_{\Omega} f(x, y) \cdot p_{x_i, y_i}(x, y) dx dy \end{aligned} \quad (4)$$

gdje su:

$f(x, y)$  zadano uporabno opterećenje

$p_{x_i, y_i}(x, y)$  progibna ploha za jediničnu silu.

Iz izraza (4) se vidi da utjecajna ploha progiba ovisi o položaju i iznosu opterećenja na ploči te deformacijskim svojstvima ploče.

Funkcija  $\eta_{w_{x_i, y_i}}(x, y)$  predstavlja ordinate utjecajne plohe progiba na danom mjestu  $x_i, y_i$  na ploči, koje nastaju kao posljedica uporabnog opterećenja.

## 2.2 Određivanje utjecajne plohe progiba ispitivanjem

Pri ispitivanju opterećenje se nanosi na ploču, tj. premješta, u određenim razmacima u odnosu na prethodni položaj opterećenja. Opterećenje se uvijek nalazi samo u jednom položaju. Razmaci između dvaju položaja opterećenja definiraju se programom ispitivanja i ovise o željenoj točnosti određivanja položaja i veličine područja oštećenja ploče.

Mjerno mjesto jest mjesto na kojem se mjere progibi konstrukcije. To je, ujedno, mjesto za koje se konstruira utjecajna ploha progiba. Za svaki unaprijed određen položaj opterećenja pri ispitivanju mjeri se i bilježi veličina progiba na mjernome mjestu. Izmjerene veličine progiba na mjernome mjestu su diskretne vrijednosti utjecajne plohe progiba na mjestima na kojima se nalazilo opterećenje.

U prvom se koraku može provesti ispitivanje s većim razmacima nanošenja opterećenja. Ako se ustanovi da u određenom području ploče postoji oštećenje, u tom se području može ponoviti ispitivanje s manjim razmacima nanošenja opterećenja u svrhu točnijeg određivanja položaja i veličine područja oštećenja.

Pri ispitivanjima potrebna je velika točnost mjerenja. Potrebna točnost ovisi o veličini oštećenja, broju diskretnih vrijednosti utjecajne plohe progiba i veličini izmjerenih progiba. Veća točnost potrebna je za konstrukcije manjih raspona i krutosti s manjim oštećenjima za koje bi trebalo upotrijebiti precizne mjerne instrumente kao što su mikroure i induktivni mjerači pomaka (LVDT).

## 3 Opis postupka za otkrivanje oštećenja

Postojanje smanjenja krutosti na savijanje na konstrukciji mijenja njezina svojstva deformabilnosti. Promjena krutosti na savijanje na određenom području pločaste konstrukcije odražava se na veličinu i oblik utjecajne plohe progiba. Stoga se utjecajna ploha progiba na oštećenoj konstrukciji razlikuje oblikom i veličinom od one na neoštećenoj konstrukciji. Usporedbom zakrivljenosti utjecajnih ploha progiba za dva stanja konstrukcije, to

jest za oštećenu i neoštećenu konstrukciju, moguće je odrediti postojanje i mjesto promjene krutosti na savijanje ploče, to jest mjesto oštećenja.

Zakrivljenosti utjecajne plohe progiba za neoštećenu konstrukciju mogu se odrediti iz utjecajne plohe progiba određene na temelju izmjerenih progiba na neoštećenoj konstrukciji. Drugi je način da se utjecajna ploha progiba za neoštećenu konstrukciju odredi proračunom na temelju poznatih dimenzija konstrukcije i svojstava materijala.

Utjecajne plohe progiba koje uspoređujemo moraju biti određene za isti položaj mjernog mjesta i isti položaj i razmak opterećenja.

Pretpostavimo da imamo dva skupa podataka o utjecajnim ploham na konstrukciji. Jedan je skup za konstrukciju u neoštećenom stanju, a drugi skup za konstrukciju u trenutačnom stanju. Utjecajna ploha progiba za početno stanje označena je kao:

$$\eta_w(x, y) = w(x, y) \quad (5)$$

Utjecajna ploha progiba za trenutačno stanje predstavljena je izrazom:

$$\bar{\eta}_w(x, y) = \bar{w}(x, y) \quad (6)$$

Razlika utjecajnih ploha progiba za dva stanja konstrukcije dana je kao reziduum:

$$R(x, y) = \bar{w}(x, y) - w(x, y) \quad (7)$$

Ako je

$$R(x, y) \equiv 0 \quad (8)$$

može se zaključiti da su dva stanja identična.

Kada je

$$R(x, y) \neq 0 \quad (9)$$

to upućuje na činjenicu da postoji razlika utjecajnih ploha progiba, odnosno da je došlo do promjene nosivih svojstava konstrukcije.

Uz pretpostavku da je promatrani sustav materijalno i geometrijski linearno elastičan, zakrivljenosti progibne plohe tanke ploče za oštećeno i neoštećeno stanje mogu se iskazati izrazima:

$$\rho_{xx}(x, y) = \frac{\partial^2 \bar{w}(x, y)}{\partial x^2} \quad (10)$$

$$\rho_{yy}(x, y) = \frac{\partial^2 \bar{w}(x, y)}{\partial y^2} \quad (11)$$

$$\rho_{xy}(x, y) = \frac{\partial^2 \bar{w}(x, y)}{\partial x \partial y} \quad (12)$$

$$\rho_{xx}(x, y) = \frac{\partial^2 w(x, y)}{\partial x^2} \quad (13)$$

$$\rho_{yy}(x, y) = \frac{\partial^2 w(x, y)}{\partial y^2} \quad (14)$$

$$\rho_{xy}(x, y) = \frac{\partial^2 w(x, y)}{\partial x \partial y} \quad (15)$$

Reziduumi zakrivljenosti utjecajnih ploha progiba za neoštećeno i oštećeno stanje imaju oblik:

$$R_{xx}(x, y) = \bar{\rho}_{xx}(x, y) - \rho_{xx}(x, y) \quad (16)$$

$$R_{yy}(x, y) = \bar{\rho}_{yy}(x, y) - \rho_{yy}(x, y) \quad (17)$$

$$R_{xy}(x, y) = \bar{\rho}_{xy}(x, y) - \rho_{xy}(x, y) \quad (18)$$

Kada reziduumi iz jednadžbi (16)-(18) nisu identični nuli, znači da je došlo do promjene zakrivljenosti utjecajnih ploha progiba. Opća veza deformacija pri savijanju i momenata savijanja glasi:

$$\rho_{xx} = \frac{m_{xx}}{D} \quad (19)$$

$$\rho_{yy} = \frac{m_{yy}}{D} \quad (20)$$

$$\rho_{xy} = \frac{m_{xy}}{D} \quad (21)$$

gdje su  $m_{xx}$ ,  $m_{yy}$ ,  $m_{xy}$  momenti savijanja ploče, a  $D$  je krutost na savijanje ploče. Stoga se može zaključiti da je do promjene u zakrivljenosti utjecajnih ploha progiba došlo zbog promjene omjera momenta savijanja i krutosti na savijanje ploče.

Teorijski gledano, kod statički neodređenih sustava promjenom krutosti mijenjaju se i momenti savijanja.

Promjena momenata savijanja uzrokovana lokalnom promjenom krutosti kontinuirana je funkcija koja zahvaća cijelo područje promatrane konstrukcije. Nasuprot tome, na mjestu oštećenja koje se očituje lokalnom promjenom krutosti događa se diskontinuitet (nagli skok) u funkciji promjene zakrivljenosti utjecajnih ploha progiba. Analizom je ustanovljeno da su promjene zakrivljenosti utjecanje plohe progiba uzrokovane promjenom momenata savijanja relativno malog iznosa u odnosu na promjenu uzrokovanu smanjenjem krutosti na savijanje presjeka [9].

Prethodna analiza dovodi do zaključka da znatna promjena razlike zakrivljenosti utjecajnih ploha progiba za trenutačno i početno stanje pokazuje mjesto promjene krutosti na savijanje presjeka pločaste konstrukcije.

#### 4 Numeričke simulacije

Primjenljivost predloženog postupka analizirana je numeričkim simulacijama. Simulacije su pretpostavljale diskretizaciju sustava koja je ostvarena konačnim ele-

mentima. Simulacije su uključivale pretpostavku o postojanju oštećenja na konstrukciji u trenutačnom stanju. Oštećenje je simulirano smanjenjem krutosti na savijanje presjeka na nivou konačnog elementa. Analizirana je efikasnost nekoliko različitih položaja mjernih mjesta za koja su proračunate utjecajne plohe progiba (UPP) na ploči i potreban broj mjernih mjesta koji osiguravaju otkrivanje oštećenja.

Na modelima ploče preko jednog polja i ploče preko dva polja simulirane su različite kombinacije oštećenja. Utjecajne plohe progiba proračunate su za neoštećenu konstrukciju i za svaki simulirani primjer oštećene konstrukcije za različite položaje mjernih mjesta.

Utjecajne plohe progiba diskretne su funkcije. Središnjom metodom konačnih razlika proračunate su zakrivljenosti utjecajnih ploha progiba. Kao posljedica uporabe diferencijskog postupka pojavljuju se numeričke pogreške. Zbog operiranja s razlikama podjednakih brojeva i prethodne numeričke pogreške, ulazni su podaci o progibima proračunani na četiri značajne znamenke.

Određivanje prisutnosti i položaja oštećenja provodi se usporedbom zakrivljenosti utjecajnih ploha progiba za oštećenu i neoštećenu konstrukciju za pojedino mjerno mjesto. Smanjenje krutosti na savijanje presjeka elementa očituje se znatnom razlikom zakrivljenosti utjecajnih ploha progiba na mjestu oštećenja.

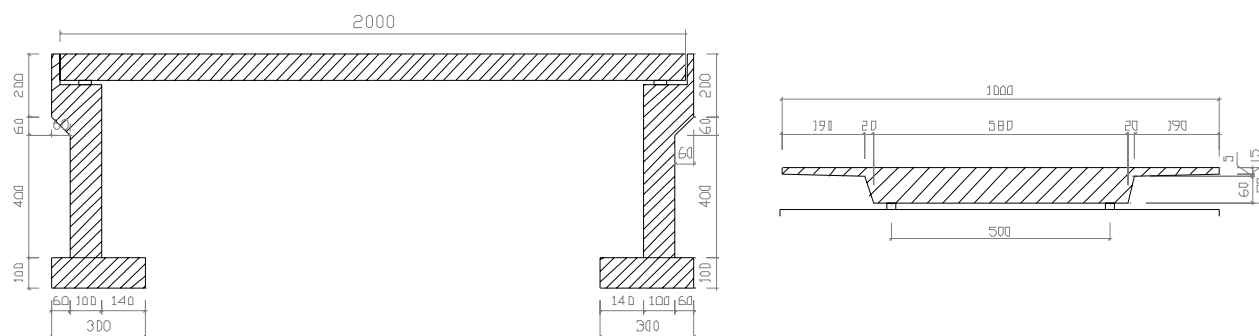
Rezultati analiza prikazani su slikama koje predstavljaju kvadrat razlike zakrivljenosti utjecajnih ploha progiba na neoštećenoj i oštećenoj konstrukciji.

##### 4.1 Ploča preko jednog polja

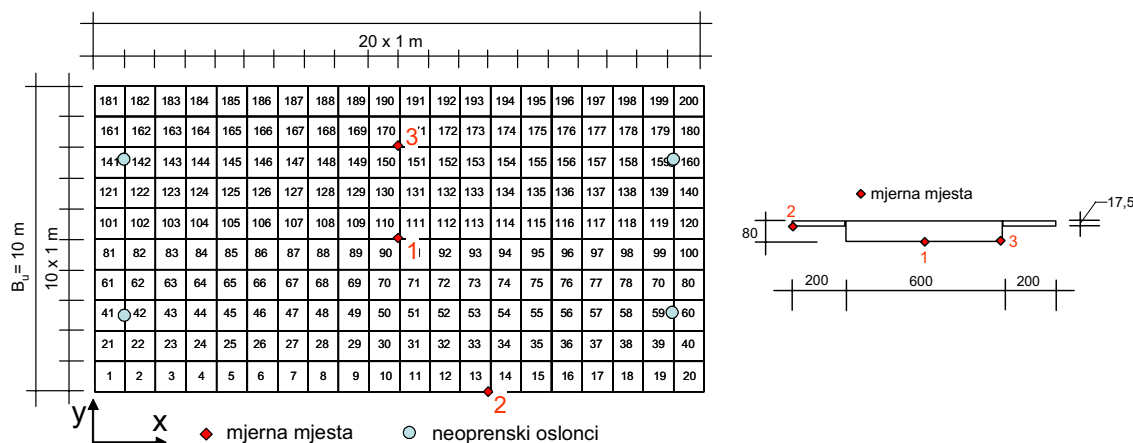
Za provođenje predloženog postupka na ploči preko jednog polja odabrana je konstrukcija ploče mosta [11] prikazana na slici 3.

Pločasta konstrukcija modelirana je programskim paketom "PLOCA" [12].

Na slici 4. prikazan je numerički model ploče s oznakama konačnih elemenata, položajem oslonaca i položajem mjernih mjesta za koja se proračunavaju utjecajne plohe progiba. Opterećenje za koje se proračunavaju utjecajne plohe progiba jest koncentrirana sila od 300 kN i djeluje u svakom pojedinom čvoru konačnih elemenata. Ploča je podijeljena na 200 elemenata, veličine 1x1 m. Visine konačnih elemenata se razlikuju s obzirom na promjenjivi poprečni presjek pločastog nosača. Elementi 41 do 160 su visine  $d_1=0,8$  m a elementi 1 do 40 i 161 do 200 su visine  $d_2=0,175$  m. Modul elastičnosti je jednak za sve konačne elemente i iznosi  $E=3,158 \cdot 10^7$  kN/m<sup>2</sup>, a Poissonov omjer je  $\nu=0,2$ . Oštećenje numeričkog modela ostvareno je smanjenjem visine presjeka



Slika 3. Uzdužni i poprečni presjek mosta

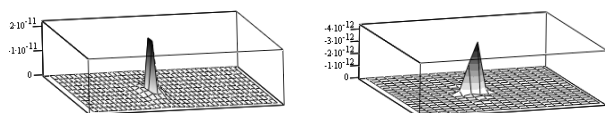


Slika 4. Numerički model ploče mosta preko jednog polja s označenim položajem mjernih mjesta

pojedinačnog konačnog elementa. Pojedini elementi visine  $d_1=0,8$  u oštećenom modelu imaju visinu  $d_3=0,7$  m, dok oni visine  $d_2=0,175$  m  $d_4=0,15$  m. Armirani elastomerni ležaji, na koje je ploča oslonjena, modelirani su kao linearno-elastične opruge krutosti  $k_z=5,3 \cdot 10^5$  kN/m,  $k_{Mx}=7,1 \cdot 10^5$  kN/m i  $k_{My}=2,48 \cdot 10^5$  kN/m.

#### 4.1.1 Oštećenje konačnog elementa 109

Prva analiza provedena je za ploču s oštećenjem na mjestu konačnog elementa 109. Uspoređena je zakrivljenost utjecajnih ploha progiba u smjeru  $x$  i smjeru  $y$  za oštećenu i neoštećenu ploču tako da su proračunate razlike zakrivljenosti UPP za smjer  $x$  i smjer  $y$ . Zbog bolje preglednosti, diskretne su vrijednosti razlike zakrivljenosti utjecajnih ploha progiba kvadrirane. Na taj je način konstruirana ploha koja predstavlja kvadrat razlike zakrivljenosti utjecajnih ploha progiba (slike 8. i 9.).

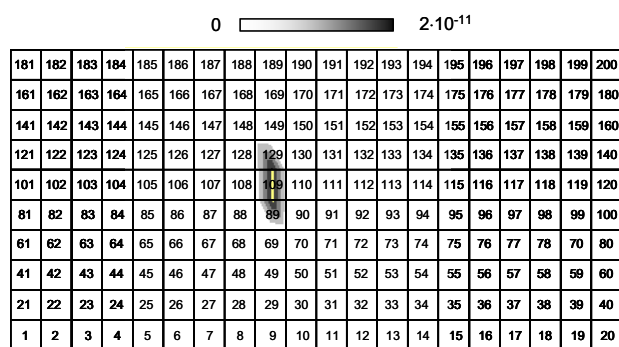
Slika 5. Kvadrat razlike zakrivljenosti UPP po  $x$ -u i  $y$ -u za mjerno mjesto 1

Kao što se vidi iz slike 5., na prostornim je prikazima vidljiv nagli skok u razlici zakrivljenosti UPP koji poka-

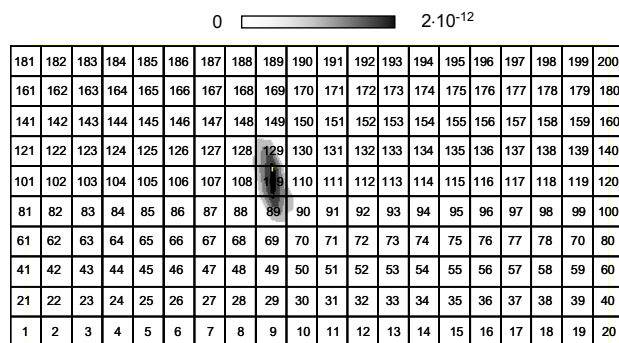
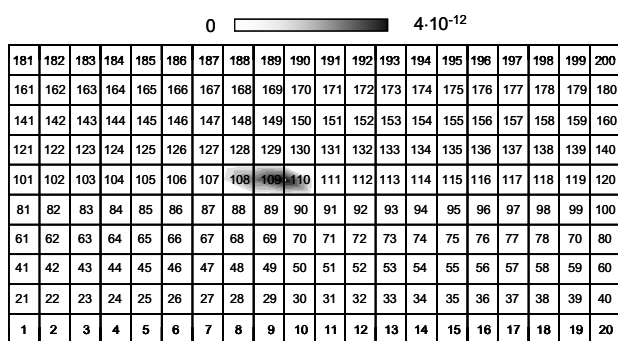
zuje postojanje oštećenja, no teško je precizno odrediti područje i položaj oštećenja. Zato je svrsishodno prikazati tlocrtnu ( $x$ - $y$ ) ravninu. Mjesto značajne razlike zakrivljenosti UPP na takvim prikazima očitovat će se tamnijom bojom. Za potrebe ovog rada na tlocrtni prikaz postavljena je mreža s označenim konačnim elementima, da bi se mogla učiniti što kvalitetnija procjena efikasnosti položaja mjernih mjesta.

Na slici 6. vidimo da je procijenjeno područje oštećenja primjenom predložene metode nešto šire od numerički simuliranog, tj zahvaća polovinu susjednih elemenata u smjeru okomitom na smjer proračunate zakrivljenosti. Razlog tomu je što podatke o zakrivljenosti imamo samo u pojedinim točkama koje su definirane numeričkim modelom (u čvorovima konačnih elemenata). Konstruirajući grafički prikaz vrijednosti kvadrata razlike zakrivljenosti UPP u pojedinim se točkama povezuju pravcima, što dovodi do pogreške u ocjeni područja oštećenja. No usprkos tomu može se zaključiti da je područje oštećenja krutosti na savijanje presjeka elementa 109 moguće odrediti iz mjernog mjesta 1 analizirajući razlike zakrivljenosti UPP u oba smjera (slika 6.).

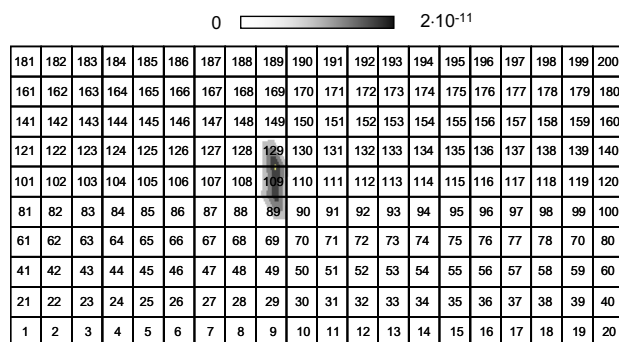
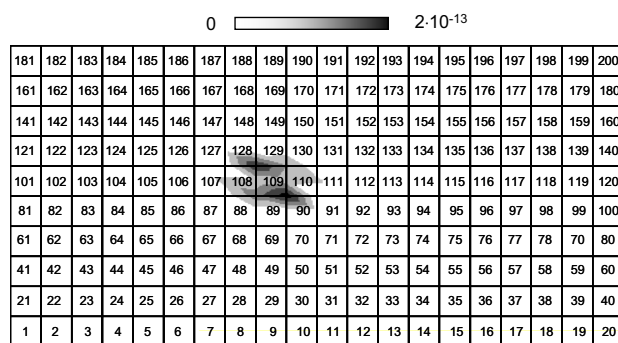
Iz slika 7. i 8. vidi se da mjerna mjesta 2 i 3 jednoznačno određuju položaj oštećenja razlikom zakrivljenosti u smjeru  $x$ , dok je razlika zakrivljenosti u smjeru  $y$  nešto



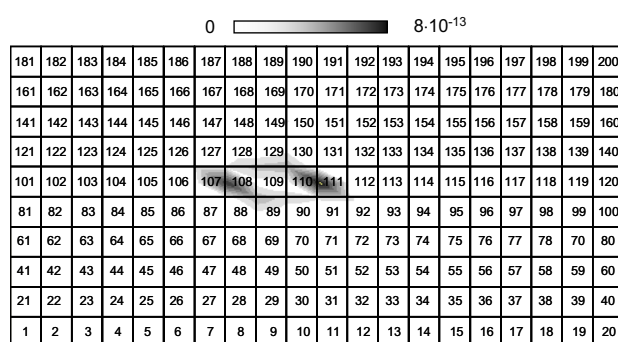
Slika 6. Kvadrat razlike zakrivljenosti UPP po x-u i y-u za mjerno mjesto 1



Slika 7. Kvadrat razlike zakrivljenosti UPP po x-u i y-u za mjerno mjesto 2



Slika 8. Kvadrat razlike zakrivljenosti UPP po x-u i y-u za mjerno mjesto 3



manje pouzdana (zahvaća široko područje). Uzrok je tome, što su ta mjerna mjesta smještena na mjestima diskontinuiteta poprečnog presjeka u smjeru  $y$ , što povećava numeričku pogrešku.

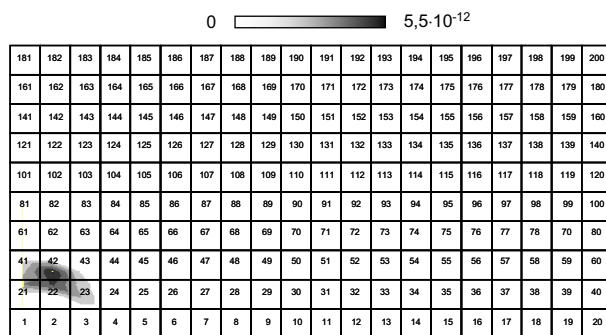
U radu [9] provedene su analize za različite položaje oštećenja na isti način kao što je to prikazano s oštećenim elementom 109 i došlo se do zaključka da mjerno mjesto 1, smješteno u polovini ploče gdje se ostvaruju najveći progibi, najpouzdanije otkriva simulirana oštećenja.

Iz tog su razloga sve daljnje analize provedene samo za mjerno mjesto 1.

4.1.2 Oštećenje konačnog elementa 42

Na mjestima minimalnih momenata savijanja  $m_{xx}$  i  $m_{yy}$  oštećenje nije moguće odrediti usporedbom zakrivljenosti utjecajnih ploha progiba u smjeru  $x$  ili smjeru  $y$

[9]. Takva se područja u analiziranom primjeru nalaze neposredno uz oslonce.



Slika 9. Kvadrat razlike vitopereanja UPP

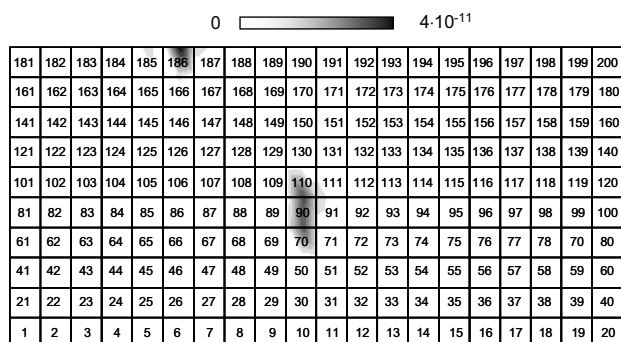
Zato je u slučaju smanjenja krutosti na savijanje presjeka elementa 42 upotrijebljena usporedba razlike vitopereanja utjecajnih ploha progiba za mjerno mjesto u sredi-

ni raspona (slika 9.). Iz slike 9. vidi se da je usporedba vitoperenja utjecajnih ploha progiba pogodna za lociranje oštećenja u području minimalnih momenata savijanja  $m_{xx}$  i  $m_{yy}$ .

Daljnje su analize provedene za istodobno postojanje dvaju i triju oštećenja na ploči preko jednog raspona.

#### 4.1.3 Oštećenje konačnih elemenata 90 i 186

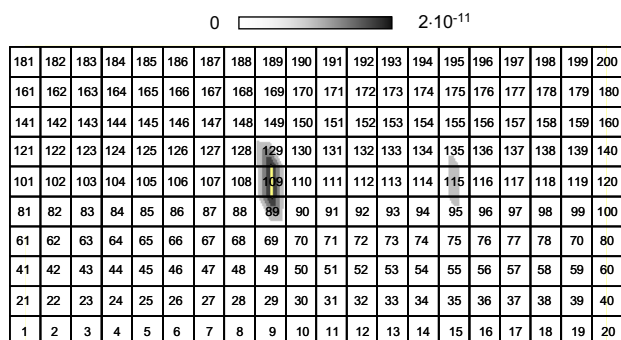
Iz slike 10. vidimo da je oštećenja krutosti na savijanje presjeka u području elemenata 90 i 186 moguće pouzdano odrediti iz razlike zakrivljenosti u smjeru  $x$ . Razlika zakrivljenosti u smjeru  $y$  određuje jedino položaj oštećenja na mjestu elementa 90. Element 186 nalazi na rubu ploče u području minimalnog momenta savijanja  $m_{yy}$  i stoga postojanje oštećenja u tom području nije moguće ustanoviti usporedbom zakrivljenosti UPP u smjeru osi  $y$ .



Slika 10. Kvadrat razlike zakrivljenosti UPP po  $x$ -u i  $y$ -u

#### 4.1.4 Oštećenje konačnih elemenata 109 i 115

Oštećenja krutosti na savijanje presjeka u području elemenata 109 i 115 pouzdano se određuju iz mjernog mjesta u sredini ploče kombinacijom obiju analiziranih razlika zakrivljenosti (slika 11.). Oštećenje u području elementa 109 manifestira se većim intenzitetom razlike zakrivljenosti nego oštećenje u području elementa 115. Razlog je tome što su momenti savijanja  $m_{xx}$  i  $m_{yy}$  veći na mjestu elementa 109 nego na mjestu elementa 115 pa je inten-



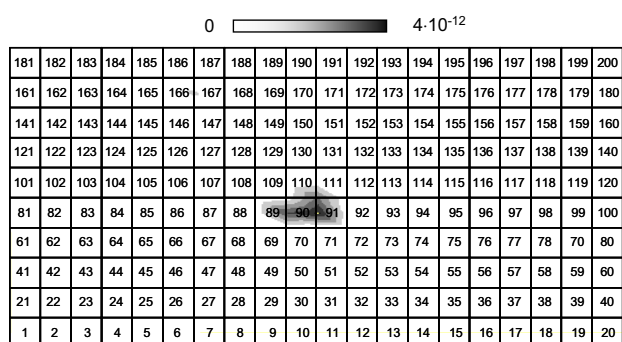
Slika 11. Kvadrat razlike zakrivljenosti UPP po  $x$ -u i  $y$ -u

zitet razlike zakrivljenosti veći na tom mjestu. Osim toga element 109 bliže je mjernom mjestu pa je taj položaj oštećenja lakše odrediti [9,10].

#### 4.1.5 Oštećenje konačnih elemenata 44, 109 i 144

Simulacijom oštećenja krutosti na savijanje presjeka elemenata 44, 109 i 144 došlo se do spoznaje da je oštećenja moguće odrediti primjenom bilo koje od analiziranih kvadrata razlika zakrivljenosti (slika 12.). Oštećenja u području elemenata 44 i 144 određena su na površini koja se ne poklapa točno s površinom simuliranih oštećenja.

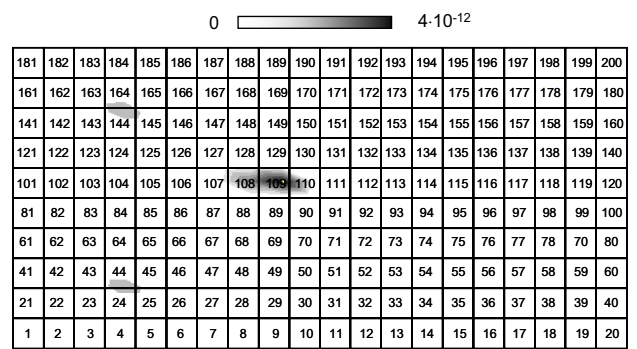
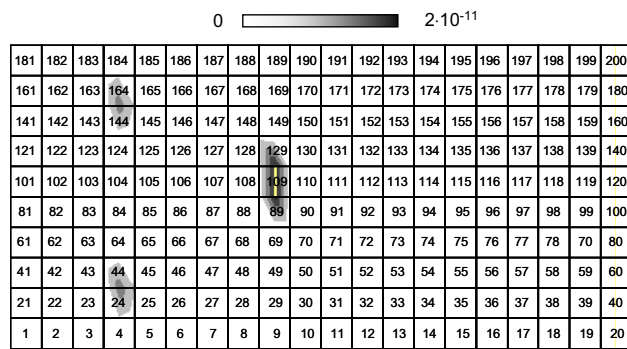
Uzrok je tome što se na spoju elemenata 44 i 24 i 144 i 164 događa nagla promjena krutosti presjeka dvaju susjednih konačnih elemenata (zbog promjenjive visine poprečnog presjeka ploče) pa dolazi do većeg utjecaja numeričke pogreške.



#### 4.1.6 Zaključci za ploču preko jednog polja

Iz analize provedene na ploči preko jednog polja dolazi se do zaključaka:

- oštećenje krutosti na savijanje presjeka elemenata koji se nalaze u području minimalnih momenata savijanja  $m_{xx}$  i  $m_{yy}$ , uz krajnje oslonce, nije moguće pouzdano odrediti iz razlike zakrivljenosti u smjeru  $x$  ili smjeru  $y$  pa u tom slučaju rabimo razliku vitoperenja utjecajnih ploha progiba koju uvjetuju momenti torzije  $m_{xy}$



Slika 12. Kvadrat razlike zakrivljenosti UPP po x-u i y-u

- b) za sva ostala oštećenja dovoljno je upotrijebiti razliku zakrivljenosti u smjeru x i y da bi položaj oštećenja krutosti na savijanje presjeka bio pouzdano određen
- c) oštećenja locirana na mjestima diskontinuiteta (promjene visine poprečnog presjeka) i uz krajnje oslonce bit će određena na većem području nego što je stvarno područje oštećenja
- d) mjerno mjesto 1 pouzdano određuje područje analiziranih oštećenja
- e) mjerna mjesta 2 i 3 manje su pouzdana od mjernog mjesta 1; razlog je tome položaj mjernih mjesta 2 i 3 na mjestima diskontinuiteta poprečnog presjeka (nagle promjene visine ili uz rubove)
- f) postojanje i položaj lokalnog oštećenja krutosti na savijanje presjeka moguće je odrediti uporabom jednog mjernog mjesta

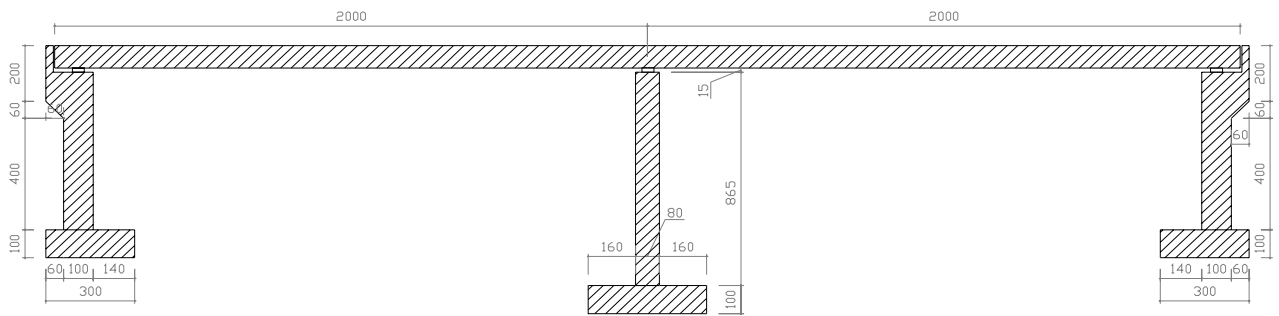
- g) optimalni položaj mjernog mjesta je približno u sredini ploče, to jest na mjestu gdje se očekuju najveći progibi.

### 4.2 Ploča preko dva polja

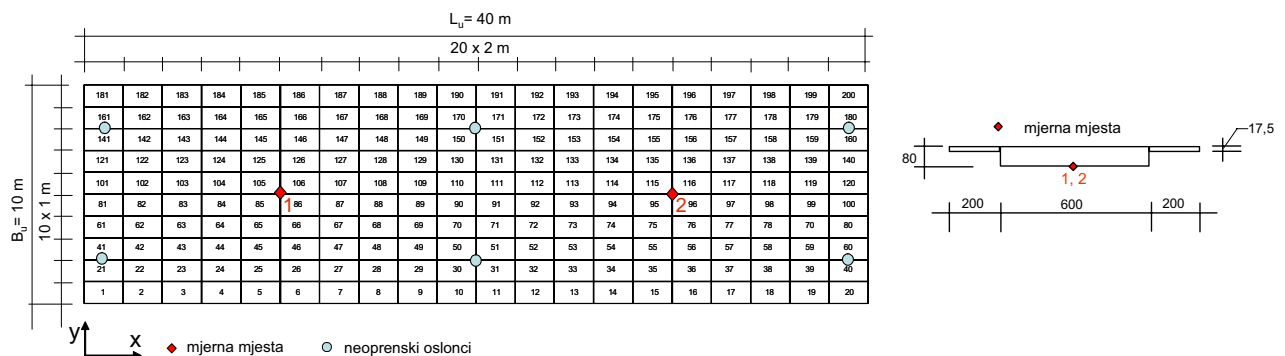
Za provođenje predloženog postupka na ploči preko dva polja odabrana je konstrukcija ploče mosta [12] prikazana na slici 13. Poprečni presjek mosta isti je kao i u poglavlju 4.1, slika 3.

Pločasta konstrukcija modelirana je na identičan način kao i u prethodnom poglavlju, uz iznimku veličine konačnih elemenata 2 x 1 m (slika 14).

Oštećenja su simulirana kako je opisano u prethodnom poglavlju. Simulirana su četiri oštećenja, po dva u svakom polju. U sredini svakog polja smješteno je po jedno mjerno mjesto.



Slika 13. Uzdužni presjek mosta

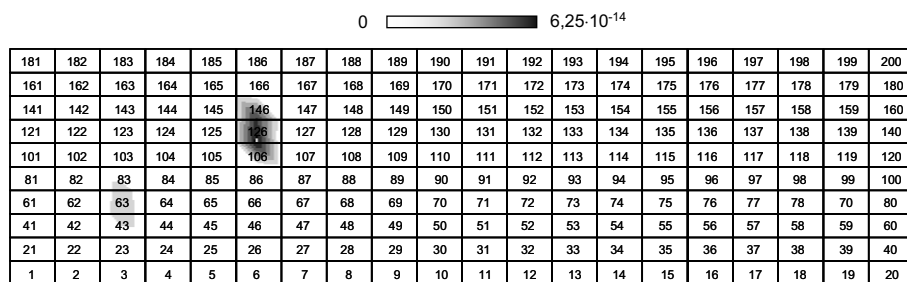


Slika 14. Numerički model ploče mosta preko dva polja s označenim položajem mjernih mjesta

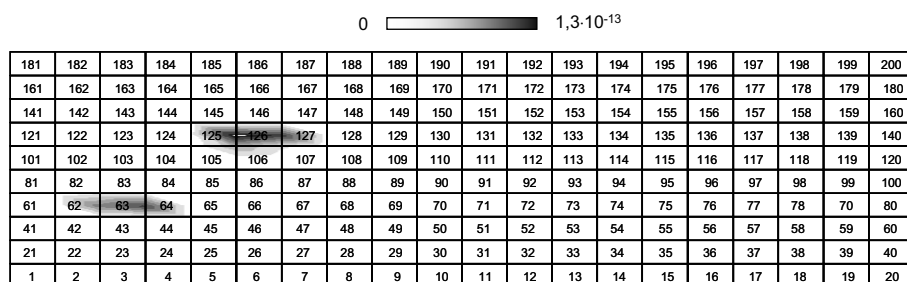


4.2.1 Oštećenje konačnih elemenata 63, 92, 126, 137

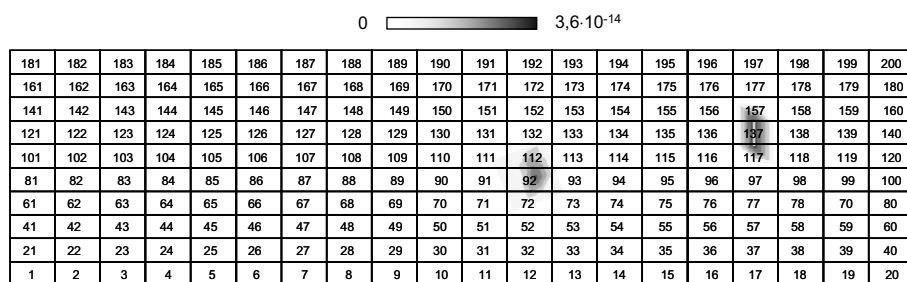
koji se nalaze u lijevom polju. Mjerno mjesto 2 u sredini desnog polja pouzdano otkriva položaj oštećenja elemenata 92 i 137 koji se nalaze u desnom polju.



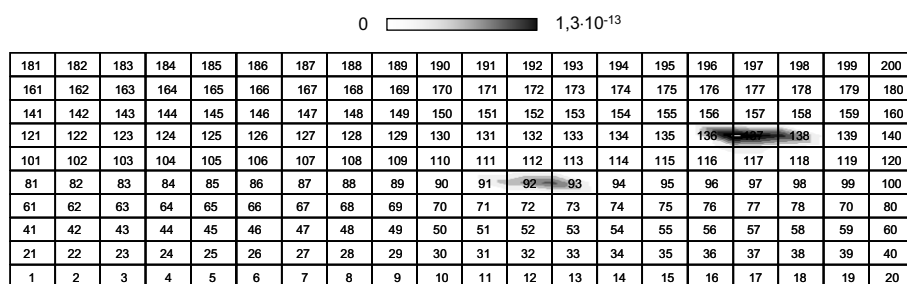
Slika 15. Kvadrat razlike zakrivljenosti UPP po x-u za mjerno mjesto 1



Slika 16. Kvadrat razlike zakrivljenosti UPP po y-u za mjerno mjesto 1

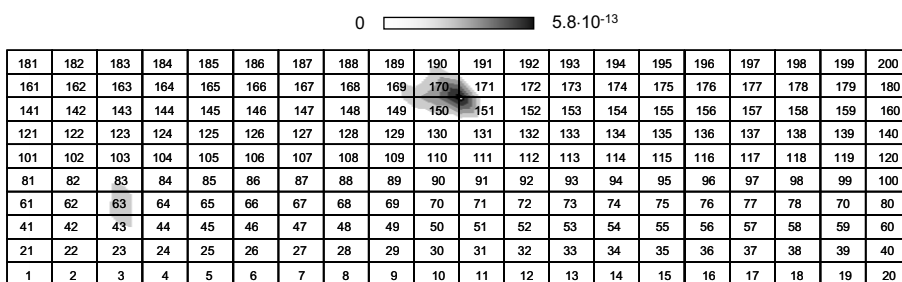


Slika 17. Kvadrat razlike zakrivljenosti UPP po x-u za mjerno mjesto 2



Slika 18. Kvadrat razlike zakrivljenosti UPP po y-u za mjerno mjesto 2

Oštećenje krutosti na savijanje presjeka u području elemenata 63, 92, 126 i 137 (slike 15. -18.) pouzdano se može odrediti iz kombinacije razlike zakrivljenosti u smjeru x i smjeru y i kombinacije obaju mjernih mjesta. Mjerno mjesto 1, u sredini lijevog polja, pouzdano otkriva položaj oštećenja elemenata 63 i 126



Slika 19. Kvadrat razlike zakrivljenosti UPP po x-u za mjerno mjesto 1

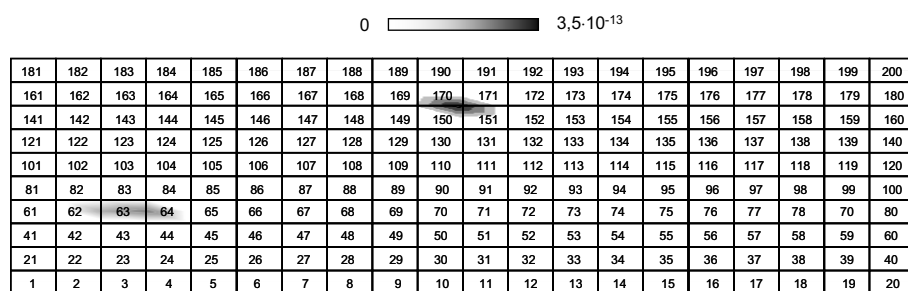
4.2.2 Oštećenje konačnih elemenata 63, 77, 115, 150

Iz analize provedene na modelu s oštećenim elementima 63, 77, 115, 150 i prikazane na slikama 19. -22. vidi se da za oštećenja elemenata 63, 77, 115 vrijede isti zaključci kao iz analize u poglavlju 4.2.1. Oštećenje elementa 150, koje se nalazi uz središnji oslonac ploče, otkriveno je iz obje razlike zakrivljenosti za oba mjerna mjesta, no na širem području nego što je područje simuliranog oštećenja. Razlog su tome: položaj oštećenja neposredno uz oslonac te diskontinuitet na vezi elemenata 150 i 170.

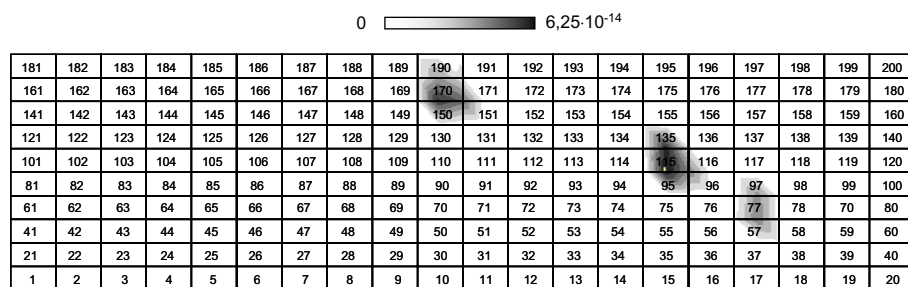
4.2.3 Zaključci za ploču preko dva polja

Iz analize provedene na ploči preko dva polja dolazi se do zaključaka:

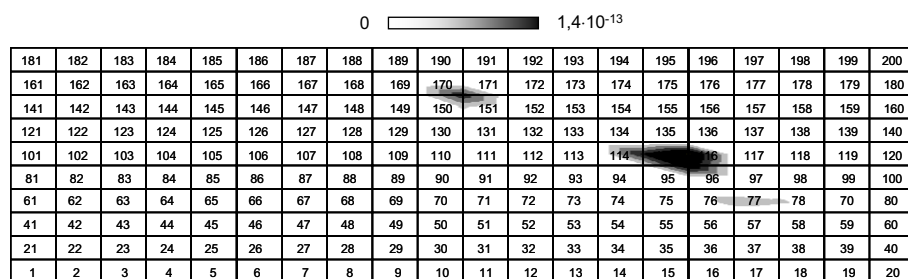
- a) za oštećenja koja nisu uz krajnje oslonce (u području minimalnih momenata savijanja  $m_{xx}$  i  $m_{yy}$ ) dovoljno je upotrijebiti kombinaciju razlika zakrivljenosti u smjeru x i y da bi položaj smanjenja krutosti na savijanje bio pouzdano određen
- b) oštećenja locirana uz središnje oslonce kontinuirane ploče i na mjestima diskontinuiteta (promjene visine pop-



Slika 20. Kvadrat razlike zakrivljenosti UPP po y-u za mjerno mjesto 1



Slika 21. Kvadrat razlike zakrivljenosti UPP po x-u za mjerno mjesto 2



Slika 22. Kvadrat razlike zakrivljenosti UPP po y-u za mjerno mjesto 2

rečnog presjeka) bit će određena na većem području nego što je stvarno područje oštećenja

- c) mjerno mjesto u polovini polja pouzdano otkriva položaj oštećenja koja se nalaze u tom polju
- d) po jedno mjesto, približno u sredini svakog polja, s velikom pouzdanošću otkriva konačni broj oštećenja koja se očituju smanjenjem krutosti na savijanje presjeka ploče.

### 5 Zaključak

U radu izložen postupak za otkrivanje oštećenja analizom zakrivljenosti utjecajnih ploha progiba pokazao se

### LITERATURA

[1] Sheena, Z., Zalmanovich, A.: *Theoretical stiffness matrix correction by static results*, Israel Journal of Technology, Vol. 20, No 1, (1982), 245-53.

[2] Yam, L. H., Li, Y. Y., Wong, W. O.: *Sensitivity studies of parameters for damage detection of plate-like structures using static and dynamic approaches*, Engineering structures, Vol. 24, (2002), 1465-1475.

primjenjiv za otkrivanje smanjenja krutosti na savijanje na pločastim konstrukcijama. Metoda je jednostavna za provedbu terenskih ispitivanja jer ne iziskuje velik broj mjernih mjesta u polju ploče, a matematički algoritam za obradu i usporedbu izmjerenih podataka izuzetno je jednostavan.

Postupak se zasniva na usporedbi dvaju stanja konstrukcije, odnosno razlici zakrivljenosti utjecajnih ploha progiba za ta dva stanja. U području ploče na kojem nema promjene zakrivljenosti utjecajne plohe progiba nema oštećenja. Ako za neko područje postoji znatna razlika zakrivljenosti utjecajnih ploha progiba, na temelju razvijene metode može se zaključiti da se u tom području nalazi mjesto promjene krutosti na savijanje presjeka pločaste konstrukcije, to jest mjesto oštećenja.

Kod ploče preko jednog polja, iako je dokazano da je jedno mjerno mjesto u sredini raspona dovoljno za pouzdano određivanje položaja konačnog broja oštećenja, preporučuje se postavljanje dvaju mjernih mjesta da bi se povećala pouzdanost postupka. Kod ploča preko dva polja po jedno mjerno mjesto u sredini svakog raspona dovoljno je za određivanje položaja konačnog broja oštećenja s velikom pouzdanošću. Isti zaključak vrijedi i za ploče s više od dva polja. Mjerna mjesta ne valja postaviti na mjestima diskontinuiteta pločastog nosača.

Oštećenja locirana na mjestima diskontinuiteta (promjene visine poprečnog presjeka) i uz oslonce bit će određena na većem području nego što je stvarno područje oštećenja.

[3] Samoio, R. P. C. and al.: *Damage Detection Using the Frequency-response-function Curvature Method*, Journal of Sound and Vibration, Vol. 226, No 5, (1999), 1029-1042.

[4] Ndambi, J. M. and al.: *Comparison of techniques for modal analysis of concrete structures*, Engineering Structures, Vol. 22, No. 9, (2000), 1159-1166.

[5] Fryba, L., Pirner, M.: *Load tests and modal analysis of bridges*, Engineering Structures, Vol. 23, No. 1, (2001), 102-109.

- [6] Pandey, A. K., Biswas, M., Samman, M.: *Damage detection from changes in curvature mode shapes*, Journal of Sound and Vibration, Vol. 145, No. 2, (1991), 321-332.
- [7] Oh, B. H., Jung, B. S.: *Structural Damage Assessment with Combined Data of Static and Modal Tests*, Journal of Structural Engineering, Vol 124, No 8, (1998), 956-965.
- [8] Abdel Wahab, M. M.: *Damage detection in bridges using modal curvatures: application to a real damage scenario*, Journal of Sound and Vibration, Vol. 226, No. 2, (1999), 217-235.
- [9] Štimac, I.: *Uporaba utjecajnih linija progiba u otkrivanju oštećenja konstrukcija*, Doktorski rad, Split (2006)
- [10] Štimac, I., Kožar, Mihanović, A.: *Otkrivanje oštećenja greda s pomoću utjecajnih linija progiba*, Građevinar 59 (2007) 12, 1053-1066
- [11] Kožar, I.: *Analiza ploča na PC kompjutoru*, Graditelji u obnovi Hrvatske, DHGK, Brijuni, KNJIGA II, str.135-141, 1992.
- [12] *Glavni projekt nadvožnjaka Puži-Brešca*, Rijekaprojekt d.o.o., 2003.